Inhaltsverzeichnis (Anhang)

I Identifikation und Systematisierung bankbetrieblicher Risikoarten 397

II Modellierung der Renditeverteilung mithilfe stochastischer Prozesse 400
II.1 Allgemeine Formulierung der Renditeverteilung als stochastischer Prozess 400
II.2 Modellierung des Erwartungswertes mithilfe linearer stochastischer Prozesse 405
II.3 Modellierung der Standardabweichung respektive der Varianz mithilfe nicht-linearer stochastischer Prozesse 407
II.4 Modellierung der residualen Zufallsvariablen mithilfe von Markov-Prozessen 409

III Spezifische relationale Risiko- respektive Sensitivitätsmaße 412
III.1 Beta-Maße 412
III.2 Duration-Maße 415

IV Herkömmliche Verfahren zu Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit 418
IV.1 Klassische Kreditwürdigkeitsprüfung 418
IV.1.1 Traditionelle Kreditwürdigkeitsprüfung auf Basis eines subjektiven Expertenurteils 419
IV.1.2 Heuristische Punktbewertungsverfahren 421
IV.1.3 Expertensysteme 422
IV.2 Quantitative Verfahren 424
IV.2.1 Multivariate Diskriminanzanalyse (MDA) 424
IV.2.2 Probit- und Logit-Analysen 430
IV.2.3 Künstliche Neuronale Netze (KNN) 433
IV.3 Marktpreisorientierte Ableitung der Ausfallwahrscheinlichkeit 439

V Erweiternde und ergänzende Modifikationen von CreditRisk+ 441

VI Erweiternde und ergänzende Modifikationen von CreditMetrics 447

VII Optionspreistheorie 449
VII.1 Das Binomialmodell zur Bewertung von Optionen nach Cox, Ross & Rubinstein 449
VII.2 Der optionspreistheoretische Bewertungsansatz von Black & Scholes 452

VIII Erweiternde und ergänzende Modifikationen optionspreistheoretischer Kreditrisikomodelle 454

IX Vorstellung der Beispielunternehmen für die einzelnen Segmente der empirischen Datenbasis 462

X Übersicht über die empirische Datenbasis 496

XI	Überblick über die Ergebnisse der Linearen Regression für alle Segmente	504
XII	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen Gesamtkapitalrenditen auf Basis des klassischen und des schätzfehlerbasierten Verfahrens der Historischen Simulation	506
XIII	Empirische Ergebnisse zu Varianz-Kovarianz-Matrizen und deren Cholesky-Zerlegung	510
XIV	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen Gesamtkapitalrenditen auf Basis des Verfahrens der Monte-Carlo-Simulation	514
XV	Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen Eigenkapitalstände (für die Beispielunternehmen)	516
XVI	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Ausfallwahrscheinlichkeitsverteilungen	519
XVII	Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten Verluste (für die Beispielunternehmen)	522
XVIII	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentielle ausfallbedingte Verluste abdeckenden Risikoprämien	525
XIX	Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und wertveränderungsinduzierten Gewinne und Verluste (für die Beispielunternehmen)	528
XX	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentielle wertveränderungsinduzierte Gewinne und Verluste abdeckenden Risikoprämien	531
XXI	Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Value-at-Risks und Lower-Partial-Moments nullter, erster und zweiter Ordnung (für die Beispielunternehmen)	534
XXII	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der normierten Value-at-Risks	544
XXIII	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der Lower-Partial-Moments nullter Ordnung und die normierten LPMs erster Ordnung	547

XXIV Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und wertveränderungsinduzierten Gewinne und Verluste 553

XXV Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen erwarteten Verluste, Value-at-Risks und die sich daraus ergebenden Diversifikationsbeiträge sowie die Lower-Partial-Moments nullter, erster und zweiter Ordnung (für die Beispielunternehmen) 556

XXVI Neubewertungsansatz zur Aggregation von Verteilungen potentieller Gewinne und Verluste unterschiedlicher Risikoarten 575

XXVII Varianz-Kovarianz-Analyse 579
XXVII.1 Das Vormodul des Multifunktionalen Modells zur Kreditrisikoquantifizierung (MMKRQ) auf Basis der stetigen Gesamtkapitalrenditeverteilung der Varianz-Kovarianz-Analyse 579
XXVII.1.1 Entwicklung der theoretischen Grundlagen 580
XXVII.1.1.1 Adaption der Varianz-Kovarianz-Analyse an den Kreditrisikozusammenhang 580
XXVII.1.1.2 Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit und der Lower-Partial-Moments nullter Ordnung (LPM0) 583
XXVII.1.2 Praktische Umsetzung am Beispiel der empirischen Untersuchung 584
XXVII.2 Das Hauptmodul des Multifunktionalen Modells zur Kreditrisikoquantifizierung (MMKRQ) auf Basis der stetigen Gesamtkapitalrenditeverteilung der Varianz-Kovarianz-Analyse 591
XXVII.2.1 Entwicklung der theoretischen Grundlagen 592
XXVII.2.2 Praktische Umsetzung am Beispiel der empirischen Untersuchung 601
XXVII.3 Das Aufbaumodul des Multifunktionalen Modells zur Kreditrisikoquantifizierung (MMKRQ) auf Basis der stetigen Gesamtkapitalrenditeverteilung der Varianz-Kovarianz-Analyse 607

XXVIII Der Ansatz zur Übertragung des Multifunktionalen Modells zur Kreditrisikoquantifizierung (MMKRQ) auf das Privat- und Individualkundengeschäft 613

XXIX Verfahrenstechnische Übersichtsabbildungen des Multifunktionalen Modells zur Kreditrisikoquantifizierung (MMKRQ) 614

XXX Segmentschlüsselsystematik 623

Abbildungsverzeichnis (Anhang)

Abbildung I.1:	Identifikation bankspezifischer Risikoarten in einem stilisierten Organigramm einer fiktiven Universalbank	397
Abbildung II.1:	Die Phasen der Modellkonstruktion, -bestimmung und -anwendung	401
Abbildung II.2:	Stilisierte Markov-Prozesse: Die Drift-, Diffusions- und Sprungkomponente	409
Abbildung III.1:	Die Entwicklung von der Portfoliotheorie zum Capital-Asset-Pricing-Model	414
Abbildung IV.1:	Der strukturelle Aufbau eines Expertensystems	423
Abbildung IV.2:	Das typisierte Beispiel einer bivariaten Diskriminanzanalyse	425
Abbildung IV.3:	Verteilungen der Diskriminanzwerte und kritischer Diskriminanzwert	427
Abbildung IV.4:	Der Aufbau eines Neurons mit einer Input- und einer Transferfunktion	434
Abbildung IV.5:	Der strukturelle Aufbau eines Künstlichen Neuronalen Netzes	435
Abbildung IV.6:	Eine Klassifizierung von Typen Künstlicher Neuronaler Netze anhand des Informationsflusses und des Lernalgorithmusses	435
Abbildung IV.7:	Die Teilaufgaben der Datenvorverarbeitung zur Bestimmung eines Künstlichen Neuronalen Netzes	436
Abbildung IV.8:	Die erforderlichen Schritte der praktischen Umsetzung eines Künstlichen Neuronalen Netzes	438
Abbildung V.1:	Szenarioanalyse der Verteilungen der Ausfallquoten eines Kreditportfolios auf Basis von CreditRisk+	446
Abbildung VI.1:	Die Bereinigung des Zusammenhangs zwischen Bonitätsmigrationen und Wertveränderungen des Unternehmensvermögens um systematische Einflüsse	448
Abbildung VIII.1:	Die Zuordnung der Komponenten der optionspreistheoretischen Bewertungsgleichung zu den Parametern des erwarteten Verlusts aus einem Kreditgeschäft	456
Abbildung VIII.2:	Erwartete Rückzahlungsquoten im Insolvenzfall in Abhängigkeit von den Parametern Fremdkapitalquote und Volatilität der Unternehmensaktiva	457
Abbildung VIII.3:	Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte in Abhängigkeit von der (ökonomischen) Fremdkapitalquote und der Standardabweichung der Marktpreise der Aktiva	458
Abbildung VIII.4:	Ausfallwahrscheinlichkeitsverteilungen für Untersuchungen mit unterschiedlichen Zeithorizonten	460

Abbildung IX.1:	Vorstellung der Beispielunternehmen für die einzelnen Segmente der empirischen Datenbasis	462
Abbildung X.1:	Übersicht über die empirische Datenbasis	496
Abbildung XI.1:	Überblick über die Ergebnisse der Linearen Regression für alle Segmente	504
Abbildung XII.1:	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen Gesamtkapitalrenditen auf Basis des klassischen Verfahrens der Historischen Simulation	506
Abbildung XII.2:	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen Gesamtkapitalrenditen auf Basis des schätzfehlerbasierten Verfahrens der Historischen Simulation	508
Abbildung XIII.1:	Die empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen der Segmente 111 bis 143, 211 bis 243 und 311 bis 343	510
Abbildung XIII.2:	Die empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen der Segmente 111 bis 143, 211 bis 243 und 311 bis 343 nach der Cholesky-Zerlegung	512
Abbildung XIV.1:	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen Gesamtkapitalrenditen auf Basis des Verfahrens der Monte-Carlo-Simulation	514
Abbildung XV.1:	Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen Eigenkapitalstände (für die Beispielunternehmen)	516
Abbildung XVI.1:	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Ausfallwahrscheinlichkeitsverteilungen	519
Abbildung XVII.1:	Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten Verluste (für die Beispielunternehmen)	522
Abbildung XVIII.1:	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentielle ausfallbedingte Verluste abdeckenden Risikoprämien	525
Abbildung XIX.1:	Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und wertveränderungsinduzierten Verluste (für die Beispielunternehmen)	528
Abbildung XX.1:	Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentielle wertveränderungsinduzierte Gewinne und Verluste abdeckenden Risikoprämien	531
Abbildung XXI.1:	Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Value-at-Risks und Lower-Partial-Moments nullter, erster und zweiter Ordnung (für die Beispielunternehmen)	534

Abbildung XXII.1: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der normierten Value-at-Risks 544
Abbildung XXIII.1: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der Lower-Partial-Moments nullter Ordnung und die normierten LPMs erster Ordnung 547
Abbildung XXIV.1: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und ertveränderungsinduzierten Gewinne und Verluste 553
Abbildung XXV.1: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen erwarteten Verluste, Value-at-Risks und die sich daraus ergebenden Diversifikationsbeiträge sowie die Lower-Partial-Moments nullter, erster und zweiter Ordnung (für die Beispielunternehmen) 556
Abbildung XXVI.1: Aggregation markt- und kreditrisikospezifischer Verteilungen potentieller Gewinne und Verluste 578
Abbildung XXVII.1: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Gesamtkapitalrenditen, die mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit α gemäß dem Verfahren der Varianz-Kovarianz-Analyse innerhalb der untersuchten Periode nicht unterschritten werden 585
Abbildung XXVII.2: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der kritischen Gesamtkapitalrenditen 587
Abbildung XXVII.3: Die empirischen Ergebnisse für die Lower-Partial-Moments nullter Ordnung auf Basis des Verfahrens der Varianz-Kovarianz-Analyse 590
Abbildung XXVII.4: Die Ableitung der die potentiellen wertveränderungsinduzierten Gewinne und Verluste abdeckenden Risikoprämien aus der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der potentiellen Gesamtkapitalrenditen auf Basis der Varianz-Kovarianz-Analyse 597
Abbildung XXVII.5: Schematisierter Ablauf zur Erweiterung der Untersuchung der (diskreten) Verteilung der potentiellen Eigenkapitalstände bis zum Ende der längsten Kreditlaufzeit 600
Abbildung XXVII.6: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der technischen Quotienten respektive Verlustintensitätsfaktoren bezogen auf die Berechnung des Value-at-Risk 603
Abbildung XXIX.1: Die Integration der potentiellen ausfallbedingten Verluste in die Verteilung der potentiellen Eigenkapitalstände 614
Abbildung XXIX.2: Schematisierter Ablauf zur Erweiterung der Untersuchung der (diskreten) Verteilung der potentiellen Eigenkapitalstände bis zum Ende der längsten Kreditlaufzeit 615

Abbildung XXIX.3: Schematisierter Ablauf zur Integration der Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten Verluste und der potentiellen wertveränderungsinduzierten Gewinne und Verluste 616
Abbildung XXIX.4: Überblick über den schematisierten Ablauf zur Berechnung der diversen Kreditrisikokennzahlen auf Basis diskreter Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und wertveränderungsinduzierten Gewinne und Verluste 617
Abbildung XXIX.5: Schematisierter Ablauf zur Aggregation kreditnehmerspezifischer Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und wertveränderungsinduzierten Gewinne und Verluste zu entsprechenden segmentspezifischen Verteilungen jeweils auf Basis der Historischen Simulation (ohne Berücksichtigung einer Nebenbedingung) 618
Abbildung XXIX.6: Schematisierter Ablauf zur Aggregation kreditnehmerspezifischer Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und wertveränderungsinduzierten Gewinne und Verluste zu entsprechenden segmentspezifischen Verteilungen jeweils auf Basis der Historischen Simulation (unter Berücksichtigung einer Nebenbedingung) 619
Abbildung XXIX.7: Schematisierter Ablauf zur Aggregation kreditnehmerspezifischer Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und wertveränderungsinduzierten Gewinne und Verluste zu segmentspezifischen auf Basis der Monte-Carlo-Simulation 620
Abbildung XXIX.8: Schematisierter Ablauf zur Aggregation segmentspezifischer Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und wertveränderungsinduzierten Gewinne und Verluste zu entsprechenden (teil-) portfoliospezifischen Verteilungen jeweils auf Basis der Historischen Simulation 621
Abbildung XXIX.9: Schematisierter Ablauf zur unabhängigen Simulation (teil-) portfoliospezifischer Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und wertveränderungsinduzierten Gewinne und Verluste auf Basis der Monte-Carlo-Simulation 622

Anhang I: Identifikation und Systematisierung bankbetrieblicher Risikoarten

Die Verwendung des Risikobegriffs im bankbetrieblichen Kontext impliziert zunächst, es würde sich um Adressenausfallrisiken aus dem Kreditgeschäft handeln. Eine solche Schlussfolgerung ist zwar richtig, aber unvollständig: Einerseits ist festzustellen, dass nicht nur das Kreditgeschäft risikobehaftet ist, sondern im Prinzip jede Geschäftstätigkeit im Rahmen des Bankbetriebs. Andererseits ist festzustellen, dass das Risiko eines Geschäftsbereiches auch auf mehrere Risikoquellen zurückzuführen sein kann.

Um die einzelnen Erscheinungsformen bankbetrieblicher Risikoarten zu isolieren, ist es aus diesem Grund sinnvoll, sich an den Geschäftsfeldern des Bankbetriebes zu orientieren. Das folgende Organigramm[1] einer stilisierten Universalbank[2] dient dazu als Ausgangspunkt:[3]

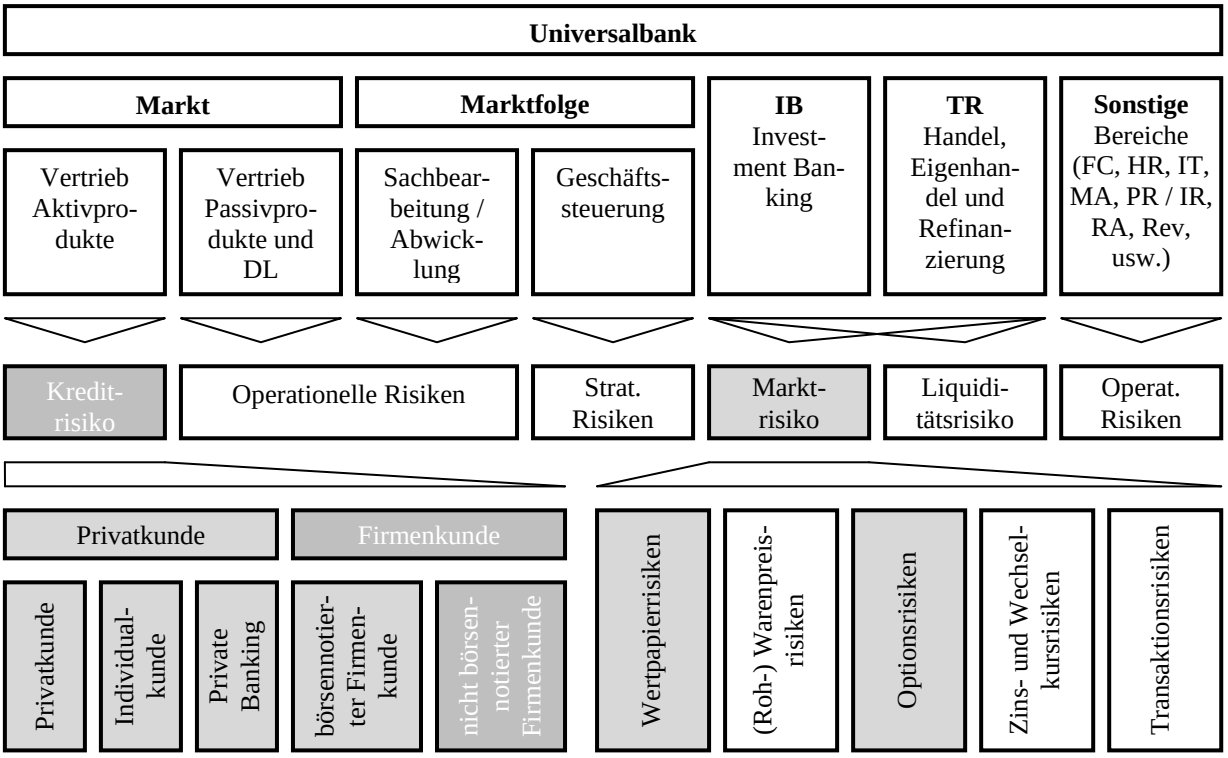


Abbildung I.1: Identifikation bankspezifischer Risikoarten in einem verallgemeinerten Organigramm einer fiktiven Universalbank

[1] Es handelt sich lediglich um ein typisches Organigramm auf der höchsten Aggregationsebene. Unterschiedliche Formen der Aufbau- und Ablauforganisation insbesondere im Rahmen des deutschen Bankensystems beschreibt – zudem mit einem höheren Detaillierungsgrad – z.B. G. EILENBERGER [Bankbetriebswirtschaftslehre 1997], S. 557-569.

[2] Das Universalbankenprinzip ist im deutschen Bankensystem mit seiner dreigliedrigen Struktur aus (Kredit-) Banken, Sparkassen und Girozentralen sowie Genossenschaftsbanken und genossenschaftlichen Zentralbanken vorherrschend. Zum deutschen Bankensystem vgl. H. BECKER [Bankbetriebslehre 1994], S. 61-76. E. PRIEWASSER [Bankbetriebslehre 1998], S. 115-123 dahingegen unterscheidet sechs Bankengruppen.
In diesem Zusammenhang sei zudem darauf hingewiesen, dass im Rahmen dieser Ausführungen der wirtschaftlich geprägte Begriff „Bank“ und der juristische Begriff „Kreditinstitut“ als synonyme Sammelbegriffe verwandt werden, die sich auf alle drei Erscheinungsformen deutscher Universalbanken beziehen.

[3] Es sei darauf hingewiesen, dass es in diesem Zusammenhang unerheblich ist, wie die Aufbauorganisation einer Bank im Einzelnen tatsächlich ausgestaltet ist.

Demzufolge kann der übergeordnete bankspezifische Risikobegriff nach der Art respektive dem Bereich des Bankgeschäfts in die fünf Komponenten Marktrisiko, Kreditrisiko, Liquiditätsrisiko, operationelle und strategische Risiken zerlegt werden.[1] Diese Gliederungsstruktur lässt sich nahezu beliebig vertiefen, indem die Risiken nach weiteren Kriterien wie z.B. der Produktart bzw. dem Finanzinstrument, dem Markt oder dem Vertragspartner zusätzlich aufgespalten werden.[2]

Infolgedessen böte sich bspw. für das Kreditrisiko einerseits eine Differenzierung nach den Kundengruppen an: Dabei kann es sich sowohl um eine Abgrenzung unterschiedlicher Vertragspartner – also z.B. Privatkunden, Individualkunden, Private Banking-Kunden und Gewerbekunden, Firmenkunden, Unternehmenskunden und Corporates[3] – als auch (zusätzlich) um eine Abgrenzung inländischer und ausländischer Kunden und Märkte handeln. Firmenkunden lassen sich außerdem danach unterscheiden, ob sie börsennotiert sind.[4] Andererseits können Kreditrisiken nach Produktarten – wie z.B. Real- und Personal- sowie Konsumentenkrediten im Privatkundenbereich bzw. Investitions- und Betriebsmittelkrediten im Firmenkundenbereich – aufgegliedert werden.[5] Die Unterscheidung nach Produktarten beinhaltet dabei implizit weitere Kriterien wie z.B. Zinsgestaltung, Laufzeiten, Besicherungsform usw.[6]

Die strukturelle Unterteilung des Marktrisikos nach dem zuvor angeführten Kriterium Finanzinstrument führte hingegen zu der Bildung der Teilrisikogruppen Wertpapierrisiken[7], (Roh-) Warenpreisrisiken, Optionsrisiken, Zins- und Wechselkursrisiken, die sich ihrerseits auch nach in- und ausländischen Märkten abgrenzen ließen, auf der einen Seite.[8] Auf der anderen Seite gehen mit marktrisikobehafteten Geschäften aber auch Transaktionsrisiken wie z.B. Liquiditätsrisiken oder Erfüllungsrisiken einher.[9]

Es ist bereits an dieser Stelle unmittelbar zu erkennen, dass es bei den Risikodeterminanten der fünf übergeordneten Risikoarten Marktrisiko, Kreditrisiko, Liquiditätsrisiko, operationelle und strategische Risiken Überschneidungen gibt: So fließt bspw. die Zinsentwicklung sowohl in das

---

[1] Es ist darauf hinzuweisen, dass es sich hierbei nicht um eine allgemeingültige Systematisierung bankbetrieblicher Risikoarten handelt; vielmehr stellt sie vorbereitend auf die folgenden Ausführungen ab. In der Literatur sind unterschiedliche Definitionen, Abgrenzungen und Systematisierungen von Risikoarten zu finden. Hierzu wird beispielhaft auf die Definitionen und Ausführungen von J. KRUMNOW U. L. GRAMLICH [Banklexikon 2000], S. 1.108 f., P. BETGE [Bankbetriebslehre 1996], S. 273-313, P. HANKER U. B. HÜGING [Marktpreisrisiken 1998], S. 20-24 und A. SAUNDERS [Financial Institutions 1997], S. 73-86 verwiesen.

[2] Vgl. F.-M. KEINE [Risikoposition 1986], S. 57-59.

[3] Privatkunden können darüber hinaus nach Bonitätsklassen und Firmenkunden nach Branchen, Regionen und Ratingklassen unterschieden werden.

[4] Zu der Strukturierung der Nachfrager der Leistungen eines Kreditinstitutes vgl. z.B. E. PRIEWASSER [Bankbetriebslehre 1998], S. 94-101. Zu der Entwicklung hin zu einer differenzierteren Kundensegmentierung vgl. H. RENNER [Umbruch 1996], S. 48.

[5] Als Grundlage hierzu dienen die einzelnen Kreditformen, die bspw. bei T. HARTMANN-WENDELS, A. PFINGSTEN U. M. WEBER [Bankbetriebslehre 2000], S. 202-211 beschrieben werden.

[6] Zur Definition, Strukturierung und Abgrenzung von Kreditrisiken vgl. auch B. OTT [Kreditrisikomodelle 2001].

[7] Wertpapierrisiken können wiederum in Kursrisiken von Aktien und Kursrisiken von Anleihen zerlegt werden.

[8] Vgl. hierzu E. BANKS [Credit risk 1993], S. 57.

[9] Zur Strukturierung von Marktrisiken vgl. auch F. PETERL [Risikomanagement 2003], S. 17-20.

Markt- als auch in das Kreditrisiko als Bestandteil mit ein, und das Risiko eines Schuldnerausfalls ist nicht nur im Kreditrisiko sondern auch im Marktrisiko bei der Aktiengesellschaft, dem Anleiheschuldner und dem Transaktionskontrahenten zu finden.[1]

Eine optimale Gliederungsstruktur und -tiefe lässt sich nicht allgemeingültig bestimmen; vielmehr ist sie im Einzelfall in Abhängigkeit zum einen von den beobachtbaren und quantifizierbaren Risikodeterminanten und zum anderen von den gewählten Risikomaßen festzulegen.

So ist eine Differenzierung nach den fünf vorgenannten Risikoarten Marktrisiko, Kreditrisiko, Liquiditätsrisiko, operationelle und strategische Risiken notwendig, um zur Quantifizierung des Risikos jeweils den Zusammenhang zwischen den beobachtbaren und quantifizierbaren Risikodeterminanten auf der einen und den gewählten Risikomaßen auf der anderen Seite frei von verzerrenden Einflüssen anderer Risikoquellen modellieren zu können.[2]

[1] Vgl. T. HARTMANN-WENDELS, A. PFINGSTEN U. M. WEBER [Bankbetriebslehre 2000], S. 354.
[2] Vgl. hierzu P. BLATTMANN [Credit Risk 2000], S. 48-51.

Anhang II: Modellierung der Renditeverteilung mithilfe stochastischer Prozesse

Im Rahmen des Unterabschnitts 2.2.1 im ersten Teil wurden (rendite-) verteilungsbasierte Kennzahlen vorgestellt, mithilfe derer das Risiko eines Wertpapiers quantitativ erfasst werden kann. Um Risikokennzahlen von hoher Qualität zu erhalten, die eine zutreffende, aussagekräftige Interpretation und Weiterverarbeitung erlauben, ist es demzufolge unverzichtbar, bereits bei dem Aufstellen und der Bestimmung der konkreten Renditeverteilung mit höchster Sorgfalt vorzugehen. Die folgenden Gliederungspunkte befassen sich aus diesem Grund mit der rekursiven Generierung der Renditeverteilung auf Basis empirischer Marktdaten.

Dazu wird die Renditeverteilung zunächst als allgemeiner stochastischer Prozess formuliert werden. Anschließend wird im Rahmen separater Gliederungspunkte aufgezeigt werden, wie im konkreten Einzelfall die drei Komponenten dieser allgemein formulierten Renditeverteilung – dabei wird es sich um den Erwartungswert, die Varianz respektive die Standardabweichung und eine residuale Zufallsvariable handeln – präziser modelliert und bestimmt werden können. Zu diesem Zweck werden für die Komponenten spezifische stochastische Prozesse zu formulieren sein: Im Rahmen dieser Ausführungen wird für jede Komponente beispielhaft jeweils ein typischer stochastischer Prozess vorgestellt werden.

II.1 Allgemeine Formulierung der Renditeverteilung als stochastischer Prozess

Stochastische Prozesse sind als endliche Folgen von korrelierten oder unkorrelierten Zufallsvariablen definiert.[1] Im Rahmen des ersten Schrittes werden Renditen respektive deren Komponenten als Zufallsvariablen und Renditezeitreihen mithin als Realisierungen dieser Zufallsvariablen eines oder mehrerer überlagerter stochastischer Prozesse aufgefasst. Infolgedessen lassen sich aus einem stochastischen Prozess zum einen die Werte deduzieren, die die Zufallsvariable für die Rendite bis zum Ende der nächsten Periode annehmen kann, und zum anderen lassen sich diesen Verteilungswerten Wahrscheinlichkeiten zuordnen, so dass das Ergebnis einer Wahrscheinlichkeitsverteilung der Rendite entspricht.

Um – auf Basis empirischer Daten – eine Renditeverteilung mithilfe eines stochastischen Prozesses zu approximieren, bedarf es im Wesentlichen dreier aufeinander aufbauender Maßnahmen.[2] In einem ersten Schritt, der im Mittelpunkt der Ausführungen dieses Gliederungsunterpunktes

---

[1] Für eine formale Definition s. J. DOOB [Stochastic Processes 1953], S. 46-101.

[2] Als Datenbasis dienen Zeitreihen empirisch erhobener Marktdaten, die eine Reihe serieller Realisationen einer Zufallsvariablen darstellen. Zum grundsätzlichen Vorgehen bei der Schätzung der Parameter des Modells, mit dem die empirische Zeitreihe approximiert werden soll, und den entsprechenden Anforderungen s. S. TAYLOR [Financial Time Series 1986], insbesondere S. 62-96. Der hinreichende Umfang der Zeitreihe ist in Abhängigkeit des Einzelfalls zu bestimmen. Vgl. zur sogen. Aspymptotischen Theorie z.B. A. HARVEY [Zeitreihen 1994], S. 18-22.

stehen wird, werden der Verteilungs- und der korrespondierende Prozesstyp ermittelt bzw. festgelegt: D.h., zum einen sind die Komponenten des stochastischen Prozesses zu bestimmen und zum anderen sind diese in einen allgemeinen Zusammenhang zu stellen.[1] Es ist darauf hinzuweisen, dass mit diesen Entscheidungen zwangsläufig grundlegende Annahmen – implizit oder explizit – getroffen werden. Als Zweites ist der ausgewählte stochastische Prozess dem empirischen Datensatz anzupassen und es sind die Prozessparameter zu schätzen.[2] In einem dritten Schritt ist schließlich das aufgestellte, angepasste und geschätzte Modell zu überprüfen und ggf. iterativ zu justieren.[3]

Einen Überblick über die Modellkonstruktion, -bestimmung und -anwendung gibt die folgende Abbildung:

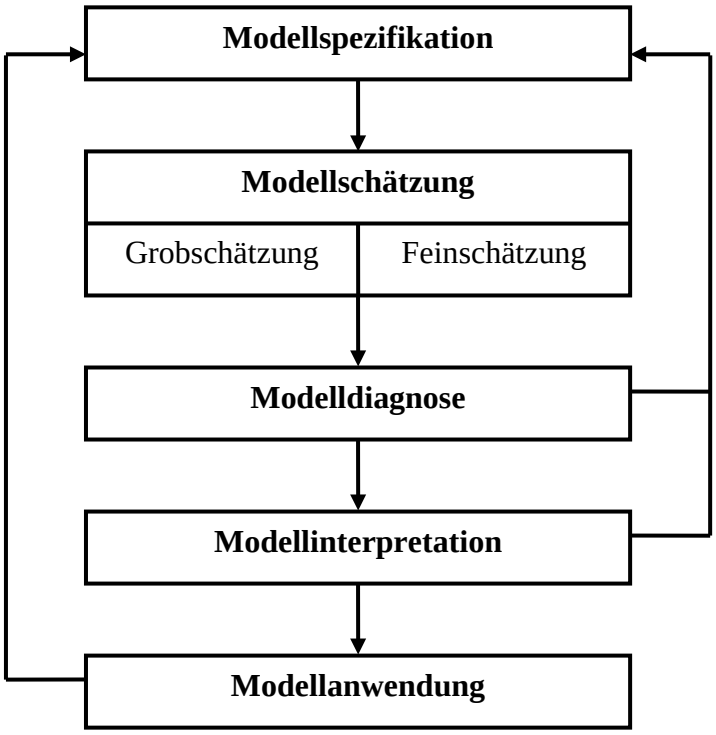


Abbildung II.1: Die Phasen der Modellkonstruktion, -bestimmung und -anwendung

(In Anlehnung an R. SCHLITTGEN U. B. STREITBERG [Zeitreihenanalyse 1999], S. 288)

Es ist unmittelbar einsichtig, dass die Formulierung eines stochastischen Prozesses für die Rendite auf dem zugehörigen Erwartungswert $E(r_t)$ und der Standardabweichung $StA(r_t)$ aufbaut. Um den Zufallscharakter eines stochastischen Prozesses herzustellen, ist es bereits ausreichend, eine

[1] Für die Modellspezifikation ist es erforderlich, dass in dem aufbereiteten empirischen Datenmaterial Muster identifiziert werden. Die Anforderung, die Muster zu erkennen, wird entweder an den Modellkonstrukteur und -anwender gestellt oder ist in zusätzlichen Modellen zur automatischen Modellsuche abzubilden. Vgl. hierzu A. ATKINSON [Likelihood 1981], S. 15-20 und die dort angegebenen Quellen.

[2] Auf diesen Schritt wird im Rahmen dieses Gliederungsunterpunktes nicht eingegangen; er wird von den folgenden drei Gliederungsunterpunkten abgedeckt.

[3] Auch auf diesen Schritt wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen. Die Verfahren der Modelldiagnose sind vergleichbar mit denen zur (automatischen) Modellsuche. Deshalb sei nochmals auf A. ATKINSON [Likelihood 1981], S. 15-20 und die dort angegebenen Quellen verwiesen.

beliebig verteilte Störgröße ε_t einzuführen, die so normiert wird, dass sich die potentiellen Realisierungen nur in dem durch die Standardabweichung vorgegebenen Intervall um den Erwartungswert herum bewegen. Formalisiert ergibt sich für die Rendite r_t zum Zeitpunkt t dementsprechend Folgendes:[1]

$$\text{(II.1)} \qquad r_t = E(r_t) + StA(r_t) \cdot \varepsilon_t \qquad \text{mit } E(\varepsilon_t) = 0,\ Var(\varepsilon_t) = 1 \text{ und } t \in \mathbb{Z}$$

Wird zunächst wiederum von einem perfekten, d.h. vollkommenen und vollständigen Kapitalmarkt[2] ausgegangen, lässt sich hieraus die prominente kapitalmarkttheoretische Hypothese eines als sogen. Random Walk bezeichneten Prozesses ableiten:[3] In diesem Fall wird die Störgröße ε_t als Zufallsvariable aufgefasst, die innerhalb des Zeitraumes, den die betrachtete Zeitreihe umfasst, jeweils identisch ist.[4] Je nachdem, ob die Störgröße darüber hinaus unkorreliert oder unabhängig voneinander verteilt ist, wird der Random Walk auch als „White-Noise“ oder als „Strict-White-Noise“ bezeichnet.[5]

In Bezug auf die Rendite ist ferner zu unterstellen, dass ihr Erwartungswert null ist und ein hinreichend großer Zeitreihenumfang vorliegt, dessen Zeitreihenwerte zudem gleichmäßig über den von der Zeitreihe erfassten Zeitraum verteilt sind.[6] Durch Anwendung des zentralen Grenzwertsatzes lässt sich dann zeigen, dass der Störterm und mithin auch die Renditen unter diesen Bedingungen mit einer Gaußschen Normalverteilung zutreffend beschrieben werden.[7]

Im Folgenden werden die wesentlichen Charakteristika des Random Walk-Prozesses formalisiert zusammengefasst:[8]

$$\text{(II.2)} \qquad r_t = StA(r_t) \cdot \varepsilon_t \qquad \text{mit } E(r_t) = 0,\ StA(r_t) = const.,\ \varepsilon_t \sim NV\left[\mu = 0; \sigma^2 = 1\right] \text{ und } t \in \mathbb{Z}$$

Ein Random Walk-Prozess kann auch mit einem sogen. Drift ausgestattet werden, der Zuwachsraten modelliert.[9] Für Renditen ist dies nicht sinnvoll, da sie als relative Größen bereits selbst

---

[1] Vgl. D. DUFFIE U. J. PAN [Value at Risk 1997], S. 10.
[2] Der Begriff vollkommener und vollständiger Kapitalmärkte wurde bereits im Rahmen von Abschnitt 2.1 im ersten Teil eingeführt.
[3] Vgl. hierzu B. MALKIEL [Random Walk 1999].
[4] Vgl. K.-W. HANSMANN [Aktienanlage 1980], S. 80-82.
[5] Vgl. S. TAYLOR [Financial Time Series 1986], S. 19 und C. GOURIEROUX U. J. JASIAK [Financial Econometrics 2001], S. 9, 18 und 24.
[6] Diese Annahme ist nur für Untersuchungen mit vergleichsweise kurzen Zeithorizonten plausibel. Vgl. R. SCHMIDT [Aktienkursprognose 1976], S. 229 f.
[7] Sowohl bzgl. des zentralen Grenzwertsatzes als auch der Gaußschen Normalverteilung vgl. P. PFLAUMER, B. HEINE U. J. HARTUNG [Induktive Statistik 2001], S. 59-65 i.V.m. S. 93-99.
[8] Vgl. J. VÖLKER [Value-at-Risk-Modelle 2001], S. 56 f.
[9] Vgl. A. HARVEY [Zeitreihen 1994], S. 29 f.

Zuwachsraten darstellen.[1] Falls dahingegen der Marktpreis als Bezugsgröße dient, bietet sich die die Formulierung eines Random Walk mit Drift an: In diesem Fall stellt sich langfristig eine im Durchschnitt positive Zuwachsrate und damit Rendite ein, ohne dabei den Zufallscharakter des Entwicklungspfades zu verwässern.[2]

Dazu ist abweichend von der obigen Darstellung ein positiver Erwartungswert für den Marktpreis anzusetzen.[3] Alternativ kann die vereinfachende Annahme eines Erwartungswertes von null beibehalten werden, indem mit dem Erwartungswert statt direkt auf den Marktpreis auf die Differenz der logarithmierten Marktpreise abgestellt wird.[4] In diesem Fall wird die durchschnittliche Rendite trotzdem langfristig positiv sein und somit die Überlassung des Kapitals risikogerecht vergüten.[5]

Eine abschließende Aussage bzgl. der Gültigkeit der Normalverteilungshypothese und eine Beurteilung der Signifikanz eventueller Abweichungen vom Normalverteilungstyp können nur im jeweiligen Einzelfall getroffen werden; empirische Untersuchungen deuten jedoch darauf hin, dass die Normalverteilungshypothese in der Praxis von Renditeverteilungen i.d.R. nicht bestätigt wird, sondern nur näherungsweise zutrifft:[6] Es ist zum einen davon auszugehen, dass offensichtsicht-lich eine leichte Neigung zu einer überwiegend negativen Schiefe der Renditeverteilungen besteht. Zum anderen weist eine Renditeverteilung tendenziell eine Leptokurtosis auf.[7] Da Risikoanalysen auf eines der beiden Verteilungsenden, die im leptokurtischen Fall höhere Dichtewerte aufweisen, aufsetzen, ist dieser Verteilungsbereich präzise zu modellieren.[8]

Um die Modellierung des stochastischen Prozesses adäquat anpassen zu können, ist es erforderlich, anhand empirischer Zeitreihen die Verteilungstypen zu testen.[9] Zu diesem Zweck sind jedoch zuvor empirische Zeitreihen auf die folgenden Eigenschaften einzeln zu analysieren:[10] Zu-

---

[1] I.d.R. sind die (durchschnittlichen) Renditen langfristig konstant. Vgl. B. MALKIEL [Random Walk 1999], S. 95-113.

[2] Vgl. bspw. C. GRANGER U. O. MORGENSTERN [Stock Market Prices 1970], S. 75 f. oder W. GREENE [Econometric Analysis 2003], S. 639.

[3] Vgl. R. SCHLITTGEN U. B. STREITBERG [Zeitreihenanalyse 1999], S. 96 f.

[4] Vgl. O. LOISTL [Kapitalmarkttheorie 1994], S. 122-125.

[5] Vgl. C. GRANGER U. P. NEWBOLD [Economic Time Series 1986], S. 40 f.

[6] Vgl. z.B. E. FAMA [Stock Market Prices 1965], S. 42, M. RICHARDSON U. T. SMITH [Multivariate Normality 1993], S. 295-321 oder R. GAROBBIO [Aktienindizes 1994], S. 25-40.

[7] Empirischen Untersuchungen zufolge ist die Abweichung von einer Normalverteilung grundsätzlich von der betrachteten Bezugsbasis einerseits und dem Bezugszeitraum der Renditen andererseits abhängig. Die größte Ähnlichkeit mit Normalverteilungen wird von Aktien- und Wechselkursrenditen auf Monatsbasis erreicht. Vgl. B. MANDELBROT [Speculative Prices 1963], S. 394 f., A. GEYER [Risiko 1992], S. 3-12 oder S. TAYLOR [Financial Time Series 1986], S. 58.

[8] Hierzu eignen sich grundsätzlich (G)ARCH-Modelle, die im Rahmen von Gliederungsunterpunkt II.3 behandelt werden. Vgl. R. ENGLE [Heteroscedasticity 1982], S. 992.

[9] S. dazu J. HARTUNG, B. ELPELT U. K.-H. KLÖSENER [Statistik 2005], S. 123-142.

[10] Finden die im folgenden angeführten Eigenschaften keine Berücksichtigung bei dem Aufsetzen des Verteilungstests, ist nicht sichergestellt, dass der Test ein korrektes Ergebnis liefert: So ist es z.B. möglich, dass die aufgestellte Normalverteilungshypothese ungerechtfertigt abgelehnt wird, weil der Test mit den zusätzlichen Hypothesen verbunden wird, die Renditen seien nicht autokorreliert und die Varianz sei konstant. Bei einer Ablehnung als

nächst werden die Ausprägungen der Zufallsvariablen einer Zeitreihe auf Autokorrelation untersucht.[1] Lediglich bei Normalverteilungen ist mit dem Nachweis der seriellen Unkorreliertheit gleichzeitig sichergestellt, dass auch Unabhängigkeit vorliegt.[2] In allen anderen Fällen muss die jeweils zu untersuchende Verteilung auch auf eben diese Unabhängigkeit zusätzlich geprüft werden.[3]

Falls im Rahmen dieser Prüfungen nunmehr statistisch signifikante Autokorrelationen und/oder Abhängigkeiten festgestellt wurden, bleibt im Einzelfall abzuwägen, ob mit deren Abbildung im Modell eine ökonomisch relevante Verbesserung der Qualität der Modellergebnisse erreicht wird, die den damit verbundenen Mehraufwand rechtfertigt.[4]

Darüber hinaus ist bei den Verteilungstests die zeitliche Stabilität der Verteilungsparameter zu berücksichtigen: Ist ein stochastischer Prozess (schwach) stationär, sind sowohl sein Erwartungswert, als auch seine Varianzen und Kovarianzen zeitlich konstant.[5] Allerdings erstreckt sich die Stationarität eines Prozesses lediglich auf die unbedingten Parameter der diesem Prozess zugrunde liegenden Verteilung. Mithin sind zusätzlich die bedingten Verteilungsparameter auf zeitliche Invarianz zu überprüfen.[6]

So ist im Rahmen der Untersuchung empirischer Renditezeitreihen festzustellen, dass Renditeverteilungen i.d.R. durch eine signifikante Heteroskedastizität gekennzeichnet sind:[7] Zum einen ist es typisch für Renditen, von den Renditen der jeweiligen Vorperiode abhängig zu sein,[8] zum anderen lässt sich das Phänomen der sogen. Volatilität der Volatilitäten nachweisen.[9]

Auf diesen Erkenntnissen der Analyse der Verteilungseigenschaften und den anschließenden Verteilungstests des Verteilungstyps bauen auch die Modellierungen der Prozesskomponenten, wie sie in den folgenden drei Unterpunkten beschrieben werden, auf.

Testergebnis ist demzufolge nicht eindeutig, auf welche Hypothese die Ablehnung zurückgeht. Vgl. W. SCHWAIGER [Stochastische Abhängigkeiten 1994], S. 87-89.

[1] Zum Thema Autokorrelation vgl. auch z.B. H. SCHNEEWEIß [Ökonometrie 1990], S. 180-198.

[2] Vgl. L. SACHS [Angewandte Statistik 2004], S. 500.

[3] Vgl. G. BAMBERG U. F. BAUR [Statistik 1998], S. 122 f. und 125 f. i.V.m. P. BOHLEY [Statistik 1992], S. 639-641.

[4] Vgl. A. GEYER [Risiko 1992], S. 14. Auf Basis empirischer Erkenntnisse ist die ökonomische Relevanz sowohl Autokorrelationen, s. J.P. MORGAN [RiskMetrics™ 1996], S. 57 f., als auch Abhängigkeiten, s. E. FAMA [Finance 1976], S. 142, abzusprechen.

[5] Die Definition eines schwach stationären Prozesses ist demzufolge unabhängig von dem Zeitintervall, in dem er beobachtet wird. Im Gegensatz dazu fordert strenge Stationarität, dass die gemeinsame Verteilungsfunktion einer jeden endlichen Folge von Zufallsvariablen des untersuchten Prozesses invariant gegen beliebige zeitliche Verschiebungen ist. Vgl. R. SCHLITTGEN U. B. STREITBERG [Zeitreihenanalyse 1999], S. 100-104.

[6] Vgl. hierzu auch W. GREENE [Econometric Analysis 2003], S. 260.

[7] Auch zu diesem Zweck eignen sich grundsätzlich die (G)ARCH-Modelle, die im Rahmen von Gliederungsunterpunkt II.3 behandelt werden.

[8] Vgl. B. MANDELBROT [Speculative Prices 1963], S. 418.

[9] Vgl. R. ENGLE [Heteroscedasticity 1982], S. 989 f. oder G. SCHWERT [Stock Market Volatility 1989], S. 1.115 f.

II.2 Modellierung des Erwartungswertes mithilfe linearer stochastischer Prozesse

Wie bereits im vorangegangenen Gliederungsunterpunkt im Rahmen der Vorstellung des Random Walk-Prozesses deutlich wurde, ist es für die Aufstellung, Bestimmung und Interpretation der Marktpreis- respektive Renditeverteilung am einfachsten, wenn ein Erwartungswert von null angenommen werden kann.

Es ist jedoch unmittelbar einsichtig, dass dies weder für Marktpreise noch für Renditen – insbesondere bei längeren Bezugszeiträumen – eine realistische Annahme sein kann.[1] Es ist dagegen für den Parameter Rendite besser begründbar, als Erwartungswert der Rendite den aus einem hinreichend umfangreichen Zeitraum errechneten arithmetischen Mittelwert anzusetzen.[2] Aber auch ein gültiger, langfristiger Durchschnitt ändert nichts daran, dass nicht nur die einzelnen Zeitreihenwerte um diesen Wert schwanken: Ein ausweisbarer kurzfristiger Erwartungswert schwankt ebenfalls um den langfristigen Durchschnitts- und Erwartungswert.[3]

Aus diesem Grund wird mithilfe stochastischer Prozesse versucht, aufbauend auf den Erkenntnissen über das Schwankungsverhalten der Rendite[4] und der Einordnung der jüngsten Zeitreihenwerte in dieses Schwankungsverhalten für den nächsten Zeitreihenwert einen präziseren Erwartungswert als den langfristigen Durchschnitt zu ermitteln.

Zu diesem Zweck kann der Erwartungswert als stochastischer Prozess konstruiert werden, der seinerseits aus zwei Prozessen besteht: Zum einen wird der Beitrag zufallsbedingter Schocks $X_{zeS,t}$ zu der Zufallsvariablen Rendite als ein sogen. Moving-Average- (MA-) Prozess der Ordnung q modelliert:[5]

$$\text{(II.3)} \qquad X_{zeS,t} = \varepsilon_t - \sum_q \beta_q \cdot \varepsilon_{t-q} \qquad \text{mit } t \in \mathbb{Z}$$

Dieser stochastische Prozess setzt sich dabei aus den mit dem Parameter β_q gewichteten Realisationen der Zufallsvariablen für den Störterm ε_{t-q} in den q vorherigen Perioden und dem gegenwärtigen respektive dem jüngsten Zufallsschock ε_t zusammen. Die Zufallsvariablen ε_t die-

---

[1] Vgl. C. GRANGER U. P. NEWBOLD [Economic Time Series 1986], S. 40 f.
[2] Zur Aussagekraft solcher Mittelwerte s. H.-J. PINNEKAMP U. F. SIEGMANN [Statistik 2001], S. 159 f.
[3] Das Phänomen kurzfristiger respektive kurzfristig schwankender Erwartungswerte wurde bereits im vorangegangenen Gliederungsunterpunkt durch die Feststellung der Abhängigkeit der Renditen von den Renditen der jeweiligen Vorperiode eingeführt. Es sei dazu nochmals auf B. MANDELBROT [Speculative Prices 1963], S. 418 verwiesen.
[4] Der Parameter Marktpreis wird im Folgenden vernachlässigt.
[5] Vgl. C. GOURIEROUX U. A. MONFORT [Time Series 1997], S. 153-158.

ser Folge sind identisch verteilt und voneinander unabhängig, die Folge ist deshalb auch als sogen. „Strict-White-Noise“ oder reiner Zufallsprozess zu bezeichnen.[1]

Analog dazu wird zum anderen die Rendite R als Zufallsvariable eines linearen stochastischen Prozesses abgebildet, der auf die mit dem Parameter α_p gewichtete Zeitreihe der Renditen als Realisationen der Zufallsvariable R_{t-p} in den p vorherigen Perioden zurückgreift:[2]

$$\text{(II.4)} \qquad R_t = \varepsilon_t + \sum_p \alpha_p \cdot R_{t-p} \qquad \text{mit } t \in \mathbb{Z}$$

Ein solcher Prozess wird auch als Autoregressiver (AR-) Prozess der Ordnung p bezeichnet.[3]

Durch Zusammenführung der beiden vorgestellten Prozesse wird der Erwartungswert der Rendite $E(R_t)$ direkt als sogen. Autoregressiver-Moving-Average- (ARMA-) Prozess der Ordnung p,q dargestellt:[4]

$$\text{(II.5)} \qquad E(R_t) = \varepsilon_t - \sum_q \beta_q \cdot \varepsilon_{t-q} + \sum_p \alpha_p \cdot R_{t-p} \qquad \text{mit } t \in \mathbb{Z}$$

Im konkreten Einzelfall ist jeweils in Abhängigkeit von der Definition der Zufallsvariablen einerseits und der vorliegenden Zeitreihe andererseits zu entscheiden, wie der ARMA-Prozess ausgestaltet wird. Dabei können Spezialfälle und Erweiterungen des ARMA-Prozesses entstehen, wie z.B. ein Mean-Reversion-Ansatz oder ein Autoregressiver-Integrierter-Moving-Average- (ARIMA-) Prozess.[5]

---

[1] Die Begriffe „White-Noise“ und „Strict-White-Noise“ wurden bereits im vorangegangenen Unterpunkt eingeführt. Es sei nochmals auf S. TAYLOR [Financial Time Series 1986], S. 19 und C. GOURIEROUX U. J. JASIAK [Financial Econometrics 2001], S. 9, 18 und 24 verwiesen.

[2] Vgl. C. GOURIEROUX U. A. MONFORT [Time Series 1997], S. 144-153.

[3] Die Bezeichnung macht den Unterschied zu der multiplen Regression, der AR-Prozesse ähneln, deutlich: Erklärende Variablen sind hier nicht unabhängigen Variablen sondern die historisierten Werte der zu erklärenden Variable. Zu den Eigenschaften von AR-Prozessen und deren Zusammenhang mit MA-Prozessen sowie weiteren weiterführenden Informationen s. R. SCHLITTGEN U. B. STREITBERG [Zeitreihenanalyse 1999], S. 121-132.

[4] Vgl. hierzu auch G. BOX U. G. JENKINS [Time Series Analysis 1970], S. 74-76.

[5] Zum Mean Reversion Ansatz als Spezialfall des ARMA-Prozesses s. bspw. J. VÖLKER [Value-at-Risk-Modelle 2001], S. 57 f. Die als stationäre Modelle ausgelegten ARMA-Prozesse können zudem zu ARIMA-Prozessen, die Zeitreihen um Trendkomponenten bereinigt verarbeiten, erweitert werden. Dazu wird die d -fache Differenz Δ der Zeitreihenwerte gebildet, so dass für den ARIMA-Prozess der Ordnung p,d,q gilt: $E(K_t) = \varepsilon_t - \sum_q \beta_q \cdot \varepsilon_{t-q} + \Delta^d \cdot \sum_p \alpha_p \cdot K_{t-p}$. Eine Trendbereinigung bietet sich insbesondere bei der Verwendung des Parameters Marktpreis an, deshalb wurde an dieser Stelle statt der Rendite R_t der Marktpreis respektive Kurs K_t eines Wertpapiers als Zufallsvariable gewählt. Vgl. hierzu z.B. C. NELSON [Time Series Analysis 1973], S. 57 f.

Grundsätzlich ist hingegen sowohl auf den Komplexitätsgrad und den numerischen Lösungsaufwand der vorgestellten statistischen Modelle als auch die damit einhergehende Fehleranfälligkeit und -empfindlichkeit hinzuweisen.[1] Darüber hinaus ist bei der Interpretation der Ergebnisse kritisch zu berücksichtigen, dass mit dem vorgestellten Ansatz auf Marktpreise und Rendite abgestellt wird, die sich in der Vergangenheit unter dem Einfluss psychologischer Faktoren auf den Märkten eingestellt haben.[2]

II.3 Modellierung der Standardabweichung respektive der Varianz mithilfe nichtlinearer stochastischer Prozesse

Nachdem zuvor der grundsätzliche Ansatz aufgezeigt wurde, den Erwartungswert erwartungswertinstationärer Renditeverteilungen mithilfe linearer stochastischer Prozesse zu bestimmen, folgt an dieser Stelle die Instrumentalisierung nichtlinearer stochastischer Prozesse zur Modellierung der (bedingten) Varianz von (bedingten) Renditeverteilungen, die im Zeitablauf nicht konstant respektive nicht varianzstationär sind;[3] dies trifft empirischen Erkenntnissen zufolge auf die meisten Marktpreis- und damit auch Renditezeitreihen zu.[4]

In Anlehnung an die AR-Prozesse ist es das Ziel, auch die (bedingte) Varianz autoregressiv zu modellieren, jedoch nunmehr unter Berücksichtigung der entsprechenden nichtlinearen Zusammenhänge.[5] Wird die bedingte Varianz der Renditeverteilung $Var\left[R_t \middle| R_{t-1},\ldots,R_{t-u}\right]$ ausschließlich lich auf Basis der Zeitreihe der realisierten Renditezufallsvariablen R_t mit dem Umfang u modelliert, liegt ein sogen. Autoregressiver-Bedingt-Heteroskedastischer- (ARCH-) Prozess der Ordnung u vor:[6]

$$\text{(II.6)} \qquad Var\left[R_t \middle| R_{t-1},\ldots,R_{t-u}\right] = \delta_0 + \sum_u \delta_u \cdot R_{t-u}^2 \quad \text{mit } t \in \mathbb{Z},\ \delta_0 > 0,\ \delta_u \geq 0 \text{ und}$$

$$Var\left[R_t \middle| R_{t-1},\ldots,R_{t-u}\right] = E\left[R_t^2 \middle| R_{t-1},\ldots,R_{t-u}\right] - E\left[R_t \middle| R_{t-1},\ldots,R_{t-u}\right]^2$$

Der ARCH-Prozess setzt demzufolge voraus, dass die (bedingten) Renditeverteilungen einen Erwartungswert von null aufweisen.[7]

---

[1] Vgl. M. FORSTER [ARMA-Modelle 1994], S. 2-4.
[2] Vgl. D. TRENNER [Aktienanalyse 1988], S. 160 f.
[3] Vgl. hierzu auch L. SACHS [Statistische Methoden 1993], S. 73-79 und W. GREENE [Econometric Analysis 2003], S. 260 und 611-614.
[4] Vgl. S. TAYLOR [Financial Time Series 1986], S. 62 f. Zudem wurde das Phänomen der Volatilität der Volatilitäten bereits im Gliederungsunterpunkt angeführt.
[5] Zu diesem Zweck lassen sich auch andere Modellansätze als die im folgenden vorgestellten (G)ARCH-Prozesse nutzen. Vgl. dazu J. VÖLKER [Value-at-Risk-Modelle 2001], S. 58-60.
[6] Die Abkürzung geht auf die englische Schreibweise zurück: Autoregressive Conditional Heteroskedastic Process. Zu ARCH-Prozessen s. R. ENGLE [ARCH 1995].
[7] Vgl. R. SCHLITTGEN U. B. STREITBERG [Zeitreihenanalyse 1999], S. 450.

Ein Generalisierter-Autoregressiver-Bedingt-Heteroskedastischer- (GARCH-) Prozess der Ordnung s,u berücksichtigt zusätzlich die bedingten Varianzen aus den s vorherigen Perioden:[1]

$$\text{(II.7)} \qquad Var\left[R_t \middle| R_{t-1},\ldots,R_{t-u}\right] = \delta_0 + \sum_u \delta_u \cdot R_{t-u}^2 + \sum_s \gamma_s \cdot Var\left(R_{t-s}\right) \text{ mit } t \in \mathbb{Z},\ \delta_0 > 0,\ \delta_u, \gamma_s \geq 0$$

In Bezug auf die bedingten Verteilungen wird davon ausgegangen, dass es sich um Normalverteilungen handelt.[2] Zudem ist ein GARCH-Prozess genau dann schwach stationär, wenn gilt:[3]

$$\text{(II.8)} \qquad \sum_u \delta_u + \sum_s \gamma_m < 1$$

Für diesen Fall kann die endliche unbedingte Varianz $Var\left(R_t\right)$ wie folgt geschrieben werden:[4]

$$\text{(II.9)} \qquad Var\left(R_t\right) = \delta_0 \cdot \left(1 - \sum_u \delta_n - \sum_s \gamma_m\right)^{-1}$$

Dabei besitzt der grundsätzliche Zusammenhang, wie er in Gleichung (II.2) für den Random Walk formuliert wurde, nach wie vor Gültigkeit, so dass das Ergebnis aus Gleichung (II.9) in Gleichung (II.2) als Standardabweichung einzusetzen ist, um neben der Varianz respektive der Standardabweichung auch den Erwartungswert für die Rendite zu berechnen.

Abschließend wird mit Blick auf die Praxistauglichkeit darauf hingewiesen, dass die Schätzung der Prozessparameter nichtlinearer Lösungsalgorithmen bedarf, so dass infolgedessen die Anwendung dieser Lösungsalgorithmen zumindest einen sehr hohen numerischen Aufwand verursacht oder sogar mit fundamentalen Problemen behaftet ist.[5]

---

[1] Zu diesen und weiteren Varianten der ARCH-Modelle s. T. BOLLERSLEV, R. CHOU U. K. KRONER [ARCH 1992], S. 5-59.

[2] Im Übrigen muss es auch hier gerechtfertigt sein, vorauszusetzen, dass die bedingten Verteilungen der Zufallsvariablen R_t den Erwartungswert null aufweisen. Vgl. T. BOLLERSLEV [Heteroskedasticity 1986], S. 308-310.

[3] Ebenda.

[4] Dieser Zusammenhang ist abzuleiten aus A. GEYER [Risiko 1992], S. 205-208.

[5] Vgl. hierzu R. SCHLITTGEN U. B. STREITBERG [Zeitreihenanalyse 1999], S. 436 f.

II.4 Modellierung der residualen Zufallsvariablen mithilfe von Markov-Prozessen

Für die präzise Modellierung der Renditeverteilung ist die korrekte Abbildung der Störgröße ebenso wichtig wie die des Erwartungswertes und der Varianz: Von der Störgröße sind Schiefe und Kurtosis der Renditeverteilung abhängig.[1]

Um Störgrößen korrekt abzubilden, wird an dieser Stelle grundsätzlich von stochastischen Prozessen vom sogen. Markov-Typ ausgegangen: Mit der Anwendung von Prozessen, die auf der Markov-Eigenschaft beruhen, wird implizit postuliert, dass der zu prognostizierende Zustand – in diesem Zusammenhang der Marktpreis oder die Rendite – ausschließlich aus dem gegenwärtigen Zustand abzuleiten und damit unabhängig von vergangenen Zuständen ist.[2]

Markov-Prozesse bestehen prinzipiell aus den drei frei kombinierbaren Komponenten: Dabei handelt es sich um die Drift-[3], die Diffusions- und die Sprungkomponente, die mit den stilisierten Diagrammen der folgenden Graphik veranschaulicht werden:

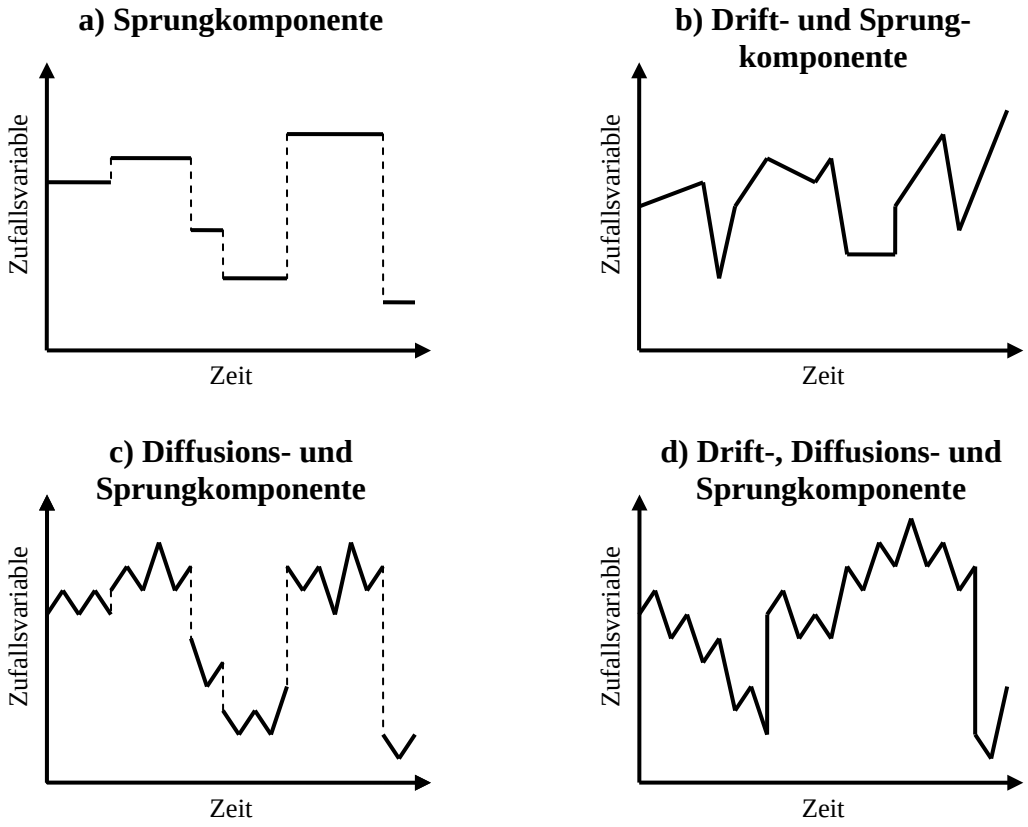


Abbildung II.2: Stilisierte Markov-Prozesse: Die Drift-, Diffusions- und Sprungkomponenten

(In Anlehnung an O. LOISTL [Kapitalmarkttheorie 1994], S. 154 f.)

---

[1] Die Bedeutung von Schiefe und Kurtosis für die Risikoanalyse wurde bereits in Gliederungspunkt 2.2.1 behandelt und die Relevanz dieser beiden Verteilungseigenschaften vor dem spezifischen Hintergrund von Renditeverteilungen in Gliederungsunterpunkt II.1.

[2] Vgl. D. STROOK [Markov Processes 2005], insbesondere S. 23.

[3] Die Driftkomponente wird an dieser Stelle nicht weiter behandelt; es wird auf die Ausführungen zum Random Walk Prozess in Gliederungsunterpunkt II.1 verwiesen. S. ansonsten bspw. auch M. TRACHSLER [Random Walks 1999].

Markov-Prozesse bauen dabei auf sogen. Übergangsmatrizen auf, die in der linken Bezeichnungsspalte die möglichen Ausgangszustände erfassen und in der Kopfzeile die potentiellen zukünftigen Zustände wiedergeben, so dass in den Matrizen den jeweiligen Übergängen von einem Zustand in einen anderen die Übergangswahrscheinlichkeiten zugeordnet sind.[1]

Sofern die Übergangsmatrizen gegenüber zeitlichen Verschiebungen invariant – d.h., die Übergangswahrscheinlichkeiten stationär sind – und sowohl die zeitlichen Abstände, die die Übergänge darstellen, als auch die abgebildeten Zustandsveränderungen infinitesimal klein werden, liegt ein sogen. Wiener oder auch Brownscher Prozess vor.[2] Ein solcher Wiener Prozess entspricht der Prozessgestaltung, bei der die Störgröße ε_t der allgemeinen Renditeverteilung, die in Gleichung (II.1) wiedergegeben wurde, als normalverteilte Zufallsvariable $\varepsilon_t \sim NV\left[\mu = 0; \sigma^2 = 1\right]$ aufgefasst und formuliert wird.[3]

Wiener Prozesse gehören dabei innerhalb der übergeordneten Klasse der Markov-Prozesse zu der Gruppe der Diffusionsprozesse, die sich durch zwei Momente auszeichnen:[4] Zum einen handelt es sich um den Diffusionskoeffizienten, der die Abweichungen vom Mittelwert misst, und zum anderen den Driftkoeffizienten, der die mittlere Wanderungsgeschwindigkeit erfasst.[5]

Wird jedoch – wie zuvor durch die Modellierung der Störgröße als normalverteilte Zufallsvariable postuliert – lediglich die Diffusionskomponente aktiviert, folgt auch die Rendite dem Verlauf einer Normalverteilung $R_t \sim NV\left[\mu_r; \sigma_r^2\right]$ und spiegelt damit lediglich normale Marktschwankungen wider.[6] Neue renditerelevante Informationen, die eine schockartige Wirkung auf die Marktpreise und Rendite entfalten, bleiben so entsprechend unberücksichtigt.

Aus diesem Grund lässt sich jedoch eine Sprungkomponente hinzufügen: Sie setzt voraus, dass ein Erwartungswert $E(R_S)$ und eine Standardabweichung $StA(R_S)$ für die Höhe eines Sprungs angegeben werden können. Da Sprünge nicht bei jeder Realisierung der Zufallsvariablen auftreten, lässt sich eine Poisson-Verteilung als Zählprozess definieren, deren Intensitätsrate λ infolgedessen die Häufigkeit des Auftretens von Sprüngen innerhalb eines vorgegebenen Zeitraums t beschreibt.

Sofern sichergestellt ist, dass sich die (Drift-,) Diffusions- und die Sprungkomponente auf denselben Zeitraum beziehen, können die beiden Komponenten zu einem Prozess zusammengeführt

---

[1] Für den Fall stetiger Zustandsräume dient diese Darstellungsform auf Basis diskreter Zustandsräume zur Veranschaulichung.

[2] Ein solcher Prozess ist durch stetige, aber nicht differenzierbare Pfade gekennzeichnet. Zu Wiener respektive Brownschen Prozessen sei auf G. YIN U. Q. ZHANG [Markov Chains 1998], S. 23 f. verwiesen.

[3] Vgl. J. VÖLKER [Value-at-Risk-Modelle 2001], S. 62-64.

[4] Vgl. H. KUSHNER U. P. DUPUIS [Numerical Methods 1992], S. 253 f.

[5] Vgl. S. WILHELM [Kapitalmarktmodelle 2001], S. 156-161.

[6] Diese Aussage lässt sich anhand der im Verlauf der weiteren Ausführungen folgenden Gleichungen (II.11) bis (B.14) unmittelbar beweisen: Treten keine Sprünge auf, ist die Intensitätsrate λ null und damit sind dann sowohl Schiefe als auch Kurtosis null.

werden: In diesem Prozess legt zunächst die Realisation des normalverteilten Störterms der Diffusionskomponente $\varepsilon_{D,t}$ den Renditebeitrag der normalen Schwankungen fest, durch die Realisation der Poisson-verteilten Zufallsvariablen p_t wird die konkrete Anzahl der hinzu zu kombinierenden Sprünge vorgegeben, und deren Renditebeitrag wird wiederum jeweils einzeln über die Realisation eines separaten normalverteilten Störterms der Sprungkomponente $\varepsilon_{S,t}$ bestimmt.[1]

Algebraisch ist Folgendes zu formulieren:[2]

$$(\text{II.10}) \quad r_t = \underbrace{E\left(R_{D,t}\right)}_{\text{Drift-}} + \underbrace{E\left(R_{D,t}\right)\cdot \varepsilon_{D,t}}_{\text{Diffusions-}} + \underbrace{\sum_{k=1}^{p_t}\left[E\left(R_S\right) + StA\left(R_S\right)\cdot \varepsilon_{S,k}\right]}_{\text{Sprungkomponente}}$$

$$\text{mit } t \in \mathbb{Z},\ \varepsilon_{D,t} \sim NV[0,1],\ \varepsilon_{S,k} \sim NV[0,1] \text{ mit } k = 0,1,\ldots p_t \text{ und } p_t \sim PV[\lambda] \text{ mit } \lambda > 0$$

Durch Ableitung der vier charakteristischen Verteilungseigenschaften Erwartungswert, Varianz, Schiefe und Kurtosis ist der Einfluss der Intensitätsrate λ der Sprungkomponente unmittelbar zu erkennen:[3]

$$(\text{II.11}) \quad E(r_t) = E\left(R_{D,t}\right) + \lambda \cdot E\left(R_S\right)$$

$$(\text{II.12}) \quad Var(r_t) = Var\left(R_{D,t}\right) + \lambda \cdot \left(Var\left(R_S\right) + E^2\left(R_S\right)\right)$$

$$(\text{II.13}) \quad Schiefe(r_t) = \left[\lambda \cdot E\left(R_S\right)\cdot\left(E^2\left(R_S\right) + 3\cdot Var\left(R_S\right)\right)\right]\cdot\left[Var\left(R_{D,t}\right) + \lambda\cdot\left(Var\left(R_S\right) + E^2\left(R_S\right)\right)\right]^{-\frac{3}{2}}$$

$$(\text{II.14}) \quad Kurtosis(r_t) = \left[\lambda\cdot\left(3\cdot Var^2\left(R_S\right) + 6\cdot Var\left(R_S\right)\cdot E^2\left(R_S\right)\cdot\left(1-\lambda^2\right) + E^4\left(R_S\right)\right)\right]\cdot \left[Var\left(R_{D,t}\right) + \lambda\cdot\left(Var\left(R_S\right) + E^2\left(R_S\right)\right)\right]^{-2}$$

Es ist jedoch abzuwägen, ob der erhebliche numerische Zusatzaufwand zur Berücksichtigung der Schiefe und Kurtosis lohnt oder ob diese so gering ausfallen, dass die Annahme einer Normalverteilung vernachlässigbar kleine Abweichungen zur Folge hat.[4]

---

[1] Vgl. V. AKGIRAY, G. BOOTH U. O. LOISTL [Statistical Models 1989], S. 24 f.
[2] Vgl. A. TUCKER [Distributions 1992], S. 75 f.
[3] Vgl. J. VÖLKER [Value-at-Risk-Modelle 2001], S. 62 f.
[4] Diese Einschätzung ist von dem Ausmaß der Abweichung einerseits und den Zielen, die mit der Aufstellung der Renditeverteilung verbunden sind, andererseits abhängig. Die Auswirkungen auf die Modellergebnisse, die sich ergeben, wenn die Anpassung der Verteilung auch hinsichtlich des vierten Moments erfolgt, werden von D. DUFFIE U. J. PAN [Value at Risk 1997] am Beispiel der Messung des Value-at-Risk (VaR) aufgezeigt.

Anhang III: Spezifische relationale Risiko- respektive Sensitivitätsmaße

Da Beta- und Duration-Maße – im Gegensatz zu den in Unterabschnitt 2.2.2 im ersten Teil vorgestellten Korrelationsmaßen – für die Modell- und Verfahrensentwicklung im zweiten Teil von geringerer Bedeutung sind, das den Beta-Maßen zugrunde liegende Capital-Asset-Pricing-Model (CAPM) und das Konzept der Duration jedoch eine wichtige allgemeine Grundlage für den finanzierungstheoretischen Konzept und mithin auch für diese Ausführungen bilden, dienen die Ausführungen an dieser Stelle lediglich der Vollständigkeit des Überblicks und fallen auch entsprechend kürzer aus. Auf eine Darstellung von (Options-) Deltas wird – obwohl diese ebenfalls relationale Risiko- respektive Sensitivitätsmaße darstellen – gänzlich verzichtet, nachdem Derivate im Rahmen dieser Untersuchung nicht behandelt werden.[1]

III.1 Beta-Maße

Im Rahmen des Capital-Asset-Pricing-Models (CAPM)[2], das unter der Prämisse vollkommener und vollständiger Märkte Gültigkeit besitzt,[3] wird das sogen. Marktportfolio als Portfolio definiert, in das alle am Markt gehandelten Beteiligungstitel[4] jeweils mit einem Gewicht, das der Relation der zugehörigen Marktkapitalisierung zu der Summe aller Marktkapitalisierungen entspricht, eingehen.[5] Das Marktportfolio zeichnet sich durch eine maximale Diversifikation aus und ist damit frei von unsystematischem Risiko.[6]

Zu diesem Marktportfolio ist auch zu gelangen, indem das Rendite-Risiko-Verhältnis einzelner Titel mit dem von Portfolios verglichen wird, die aus den Einzeltiteln in veränderlichen Anteilen gebildet werden. An dieser Stelle wirkt sich der Diversifikationseffekt[7] aus und die Portfolios aus nicht perfekt untereinander korrelierten Einzeltiteln weisen bessere Rendite-Risiko-Verhältnisse auf.[8]

---

[1] Es wird stattdessen zu diesem Thema auf J. HULL [Derivatives 2003], S. 210 f. verwiesen.

[2] Vgl. W. SHARPE [Capital 1964], S. 425-442, J. LINTNER [Valuation 1965], S. 13-37 und J. MOSSIN [Equilibrium 1966], S. 768-783. Das CAPM baut auf der sogen. Portfoliotheorie auf, vgl. hierzu H. MARKOWITZ [Portfolio Selection 1952], S. 77-91 und H. MARKOWITZ [Portfolio Selection 1959].

[3] Vgl. P. BOYS [Portfolio Theory 1988], S. 116-123, E. HÖRNSTEIN [Kapitalmarkttheorie 1990], S. 112-116 und W. SHARPE U. G. ALEXANDER [Investments 1990], S. 195 f.

[4] Das Capital Asset Pricing Model und die Portfoliotheorie beziehen sich explizit auf Aktien. Vgl. R. BREALEY U. S. MYERS [Corporate Finance 2000], S. 187 f. und 197.

[5] Vgl. G. FRANKE U. H. HAX [Finanzwirtschaft 2004], S. 351.

[6] Vgl. L. KRUSCHWITZ [Finanzierung 1999], S. 202 f.

[7] Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass der Diversifikationseffekt im Zeitablauf variiert. Tendenziell ist dabei ein selbstverstärkender Effekt festzustellen: In allgemein risikoreicheren Zeiten (Krisen) nimmt die Korrelation zu und damit der Diversifikationseffekt ab. Vgl. R. BOOKSTABER [Risk Management 1997], S. 105, D. REY [Correlation Breakdown 2000], S. 393 und E. BETERO U. C. MAYER [Interdependence 1990], S. 1.167-1.172.

[8] Vgl. A. SAUNDERS [Financial Institutions 1997], S. 164.

Der obere Rand des Bereiches, der die Rendite-Risiko-Kombinationen des Gesamtportfolios mit veränderlichen Anteilen darstellt, wird als Linie der effizienten Portfolios bezeichnet.[1] Die Kapitalmarktlinie verläuft durch den Punkt $(r_f;0)$ und tangiert die Linie der effizienten Portfolios.[2] Der Tangentialpunkt indiziert das Rendite-Risiko-Verhältnis $(r_M;\sigma_M)$ des Marktportfolios.[3] Im Unterschied dazu bildet die sogen. Wertpapierlinie alle Kombinationsmöglichkeiten, einen anzulegenden Betrag auf den Kauf von Anleihen zum risikolosen Zinssatz r_f auf der einen und den Kauf des Marktportfolios auf der anderen Seite aufzuteilen, statt in einer r,σ- in einer r,β-Ebene ab.[4]

Alle durch die Kapitalmarkt- und Wertpapierlinie repräsentierten Portfoliostrukturen weisen ein optimales Rendite-Risiko-Verhältnis auf.[5] Die Wahl einer spezifischen Rendite-Risiko-Kombination auf dieser Kapitalmarktlinie ist abhängig von dem individuellen Risikonutzen.[6]

In Abbildung III.1 werden der Diversifikationseffekt, die Linie der effizienten Portfolios, die Identifikation des Marktportfolios und die Konstruktion der Kapitalmarktlinie graphisch veranschaulicht.

Für die Kapitalmarktlinie ist demzufolge algebraisch Folgendes unmittelbar abzuleiten:[7]

$$(III.1) \quad E(r_{Pf}) = r_f + \frac{E(r_M) - r_f}{StA(r_M)} \cdot StA(r_{Pf})$$

Die Differenz der Rendite des Marktportfolios r_M zum risikolosen Zinssatz r_f spiegelt als Risikoprämie das systematische Risiko wider, das demjenigen, der das Risiko übernimmt, im Gegensatz zu einem eventuellen nicht diversifizierten unsystematischen Risiko vergütet wird.

---

[1] Die Linie effizienter Portfolios entspricht dem durchgezogenen Kurvenabschnitt in Diagramm b) in Abbildung III.1. Zur Herleitung der Linie effizienter Portfolios s. auch R. BAILEY [Financial Markets 2005], S. 114-142. Ohne eine risikolose Anlagemöglichkeit ist in Abhängigkeit der individuellen Risikopräferenz eine Rendite-Risiko-Kombination auf dieser Linie effizienter Portfolios auszuwählen. Vgl. hierzu S. WILHELM [Kapitalmarktmodelle 2001], S. 86.

[2] Die Kapitalmarktlinie ist in Diagramm c) in Abbildung III.1 dargestellt. Es wird damit davon ausgegangen, dass die Möglichkeit zu einer risikolosen Geldanlage (und ggf. der Kreditaufnahme zu demselben Zinssatz) besteht. Vgl. M. STEINER U. C. BRUNS [Wertpapiermanagement 2002], S. 22 f.

[3] Ebenda.

[4] Vgl. L. PERRIDON U. M. STEINER [Finanzwirtschaft 2004], S. 276-282.

[5] Die Kapitalmarktlinie ist in Diagramm d) in Abbildung III.1 eingezeichnet. Vgl. G. FRANKE [Kapitalmarkt 1983], S. 239-260.

[6] Vgl. W. SHARPE [Capital Asset Prices 1991], S. 489-509. Beispielhaft sind in Diagramm d) der Abbildung III.1 zwei Isoquanten von Risikonutzenfunktionen zum einen eines verhältnismäßig risikoaversen und zum anderen eines verhältnismäßig risikofreudigen Anlegers eingezeichnet.

[7] Vgl. S. WILHELM [Kapitalmarktmodelle 2001], S. 89.

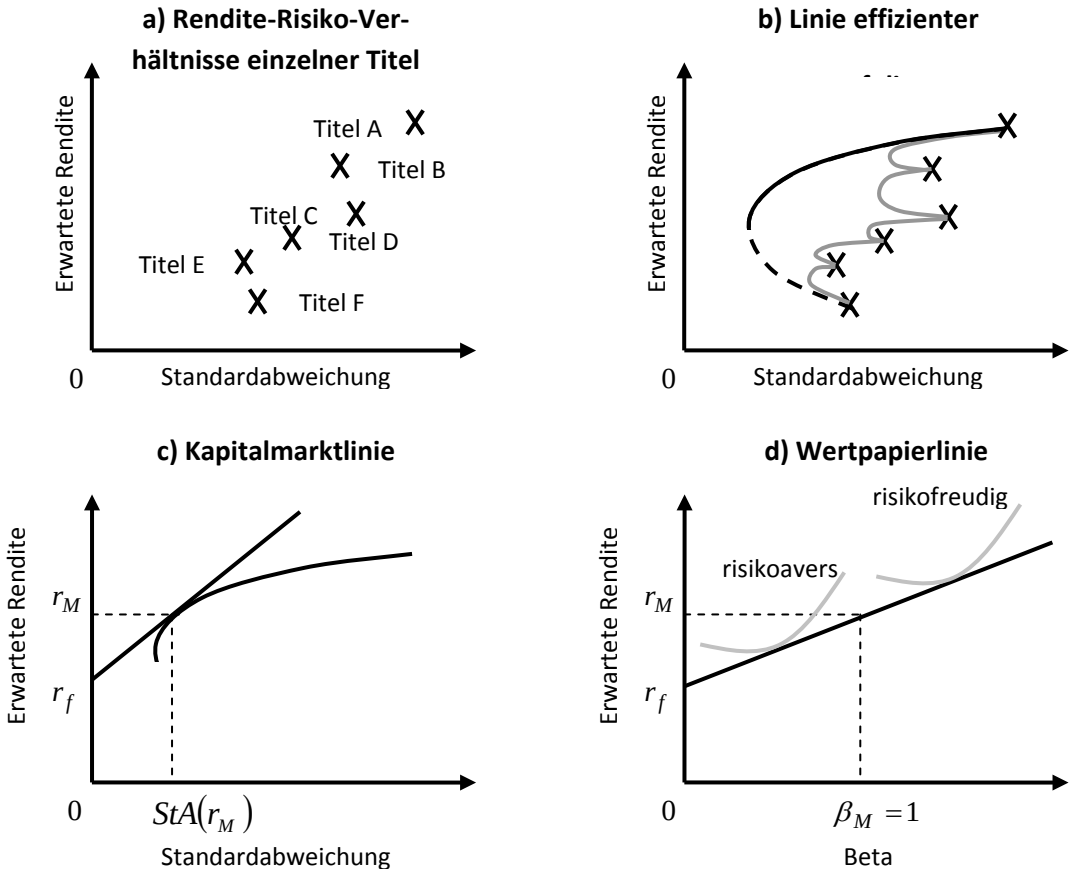


Abbildung III.1: Die Entwicklung von der Portfoliotheorie zum Capital Asset Pricing Model

(In Anlehnung an die Darstellungen bei M. STEINER U. C. BRUNS [Wertpapiermanagement 2002], S. 22-27)

Es ist nunmehr das Ziel, das (systematische) Risiko eines Einzeltitels in Relation zu dem des Marktportfolios als normiertes Referenzmaß (algebraisch) auszudrücken. Dazu wird die Gewichtung des zu bewertenden einzelnen Wertpapiers als Bestandteil des Marktportfolios marginal um α_i erhöht.[1] Für den Erwartungswert $E(r_{mM})$ und die Varianz $Var(r_{mM})$ des marginal modifizierten Marktportfolios ergibt sich dann Folgendes:[2]

$$\text{(III.2)} \quad E(r_{mM}) = \alpha_i \cdot E(r_i) + (1-\alpha_i) \cdot E(r_M)$$

$$\text{(III.3)} \quad Var(r_{mM}) = \alpha_i^2 \cdot Var(r_i) + (1-\alpha_i)^2 \cdot Var(r_M) + 2 \cdot \alpha_i \cdot (1-\alpha_i) \cdot Kov(r_i; r_M)$$

Die Differenzierung der Gleichungen (III.2) und (III.3) nach dem Gewichtungsfaktor α_i, der im Marktgleichgewicht null ist, erlaubt die Ableitung der Grenzrate der Substitution zwischen Renditeerwartung und Risiko. Wird diese mit der Steigung der Kapitalmarktlinie gleichgesetzt, da

[1] Vgl. T. COPELAND U. J. WESTON [Financial Theory 1988], S. 195-198.
[2] Vgl. L. KRUSCHWITZ [Finanzierung 1999], S. 185.

sich die Kurven der beiden Funktionen im Gleichgewicht tangieren,[1] ist algebraisch Folgendes zu schreiben:[2]

$$\text{(III.4)} \quad \frac{E(r_M) - r_f}{StA(r_M)} = \frac{E(r_i) - E(r_M)}{Kov(r_i; r_M) - Var(r_M)} \cdot StA(r_M)$$

Das Auflösen nach der erwarteten Rendite des untersuchten Einzeltitels führt zu der Wertpapierlinie:[3]

$$\text{(III.5)} \quad E(r_i) = r_f + (E(r_M) - r_f) \cdot \beta$$

Der Beta-Faktor ist charakteristisch für das CAPM und kann wahlweise aus folgenden Zusammenhängen abgeleitet werden:[4]

$$\text{(III.6)} \quad \beta = \frac{Kov(r_i; r_M)}{Var(r_M)} = Kor(r_i, r_M) \cdot \frac{StA(r_i)}{StA(r_M)}$$

Damit misst das Beta die Sensitivität eines Wertpapiers in Bezug auf die Marktbewegungen respektive das Risiko des normierten Marktportfolios und stellt damit ein relationales Risikomaß dar.[5]

Auf modifizierte, weiterentwickelte oder verwandte Modelle des CAPM wird an dieser Stelle nicht eingegangen.[6] Stattdessen sei abschließend darauf hingewiesen, dass die restriktiven Modellprämissen kaum eine sinnvolle direkte Anwendung des Modells in der Praxis erlauben; vielmehr verdeutlicht das CAPM im Rahmen eines konsistenten geschlossenen theoretischen Modells die grundsätzlichen Zusammenhänge von Rendite und Risiko.[7]

III.2 Duration-Maße

Während das Beta ein Risikomaß darstellt, das sich in erster Linie auf Beteiligungstitel bezieht und dabei auf den Emittenten und das von ihm ausgehende Risiko abstellt, ist die Duration als

---

[1] Vgl. W. GERKE U. M. BANK [Finanzierung 1998], S. 206-211.
[2] Vgl. T. COPELAND U. J. WESTON [Financial Theory 1988], S. 197.
[3] Vgl. H. GRÄFER, R. BEIKE U. G. SCHELD [Finanzierung 1998], S. 349-353.
[4] Vgl. K. SPREMANN [Finanzierung 1991], S. 470-472.
[5] Dem Marktportfolio selbst wird demzufolge ein Beta von eins zugeordnet. Vgl. R. BREALEY U. S. MYERS [Corporate Finance 2000], S. 173.
[6] Zu modifizierten und weiterführenden Ansätzen wie z.B. dem Konsumbeta-, dem Zero Beta- oder dem Multi Beta-CAPM sei z.B. auf G. FRANKE U. H. HAX [Finanzwirtschaft 2004], S. 203-205, L. PERRIDON U. M. STEINER [Finanzwirtschaft 2004], S. 282- 285 und S. WILHELM [Kapitalmarktmodelle 2001], S. 92-95 verwiesen. Zudem stellt das CAPM eine Spezialform der Arbitrage-Pricing-Theory (APT) dar. Vgl. hierzu bspw. T. COPELAND U. J. WESTON [Financial Theory 1988], S. 193.
[7] Vgl. G. FRANKE U. H. HAX [Finanzwirtschaft 2004], S. 357 f.

ein Risikomaß konstruiert, das das Risiko festverzinslicher (endlicher) Zahlungsströme[1] abzubilden vermag.[2]

Im Fokus der Duration steht dabei die Anfälligkeit des Barwertes dieses Zahlungsstromes für Änderungen des Marktzinsniveaus; das Adressenausfallrisiko spielt in diesem Zusammenhang eine untergeordnete Rolle.[3] Der Grundgedanke der Duration trägt dabei der Tatsache Rechnung, dass der Zeitraum bis zu den einzelnen Zins- und Tilgungsleistungen und damit die Zahlungsstruktur verantwortlich dafür ist, wie stark ein Titel dem Zinsrisiko ausgesetzt ist: Je später die Fälligkeit einer einzelnen Zahlung, desto höher sind, c.p., die Schwankungen ihres Barwertes bei Änderungen des Zinsniveaus.[4]

Deshalb wird der Zahlungsstrom eines Wertpapiers oder eines Kredites gem. seiner jeweiligen Zahlungsstruktur in einzelne endfällige Forderungen CF_t zerlegt.[5] Anschließend werden die Barwerte $CF_t \cdot (1+r)^{-t}$ dieser fiktiven endfälligen Forderungen mit der Rendite r berechnet und mit ihren jeweiligen Laufzeiten t gewichtet. Aufsummiert und mit der Summe der ungewichteten Barwerte normiert ergibt sich die Duration Dur als durchschnittliche Kapitalbindungsdauer[6], die wie folgt zusammengefasst werden kann:[7]

$$\text{(III.7)} \qquad Dur = \frac{\sum_{t=1}^{T} \left(t \cdot CF_t \cdot (1+r)^{-t} \right)}{\sum_{t=1}^{T} \left(CF_t \cdot (1+r)^{-t} \right)}$$

Entspricht nunmehr die Duration einer Anlagemöglichkeit dem gewünschten Anlagezeitraum, ist die Anlage gegen das Zinsrisiko immunisiert: Nur zu diesem Zeitpunkt entspricht die Summe aus den bis zur Duration erhaltenen, zum jeweils aktuellen Zins reinvestierten Zahlungen aus Zins- und Tilgungsleistungen einerseits und aus dem dann gültigen Marktwert der Restforderung anderseits in jedem Fall – und damit unabhängig von der zwischenzeitlich eingetretenen Zinsentwicklung – genau dem Wert, der sich auch für den Fall eines unveränderten Zinsniveaus ergeben hätte.[8]

---

[1] Aus festverzinslichen Wertpapieren oder Festzinskrediten.

[2] Vgl. H. BÜSCHGEN U. C. BÖRNER [Bankbetriebslehre 2003], S. 292-294.

[3] Zum einen kann es indirekt über eine Risikoprämie als Zuschlag zum Zinssatz eingehen und zum anderen können durch die Einbeziehung der Risikoprämien auch Veränderungen des Risikoprämienniveaus erfasst werden. Vgl. G. FRANKE U. H. HAX [Finanzwirtschaft 2004], S. 588-594.

[4] Vgl. F. MACAULAY [Interest Rates 1938].

[5] Vgl. R. BAILEY [Financial Markets 2005], S. 285.

[6] Es wird auch von der mittleren Restlaufzeit aufgrund von Barwertgewichtung gesprochen. Vgl. F. PETERL [Risikomanagement 2003], S. 24.

[7] Hierzu und zu der entsprechenden Herleitung vgl. M. STEINER U. C. BRUNS [Wertpapiermanagement 2002], S. 157-163.

[8] Vgl. A. SAUNDERS [Financial Institutions 1997], S. 110-117. Diese Betrachtung kann nicht nur – wie dargestellt – aus der Perspektive des Anleihegläubigers erfolgen, sondern auch aus der des Anleiheschuldners. In diesem Fall

Die sogen. Modified Duration Dur_{mod} ist hingegen als prozentuale Veränderung des ursprünglichen Barwertes in Folge einer möglichen Veränderung des Marktzinsniveaus um einen Prozentpunkt zu interpretieren:[1]

$$\text{(III.8)} \quad Dur_{\text{mod}} = \frac{Dur}{1+r} = \frac{1}{1+r} \cdot \frac{\sum_{t=1}^{T} \left(t \cdot CF_t \cdot (1+r)^{-t} \right)}{\sum_{t=1}^{T} \left(CF_t \cdot (1+r)^{-t} \right)}$$

Die Modified Duration unterschätzt allerdings das Ausmaß der Auswirkung einer Marktzinsänderung auf den Barwert der Forderung systematisch.[2]

Zudem ist bereits zuvor im Rahmen der Vorstellung des Liquiditätsrisikos darauf hingewiesen worden, dass es keinen einheitlichen Zinssatz gibt, sondern Zinssätze sich laufzeitbedingt unterscheiden.[3] Die unterschiedlichen Zinssätze können nunmehr mit der sogen. Effective Duration erfasst werden.[4]

Um darüber hinaus zu berücksichtigen, dass sich nicht nur die gesamte Zinsstrukturkurve sondern auch einzelne Key Rates verschieben können, ist für jede Key Rate r_{0j} der Zinsstrukturkurve und die ihnen jeweils zuzuordnenden Zahlungsströme CF_j separat eine sogen. Key-Rate-Duration $KRDur_j$ bzw. Key-Rate-Modified-Duration $KRDur_{\text{mod},j}$ zu bestimmen:[5]

$$\text{(III.9)} \quad KRDur_j = \frac{-j \cdot CF_j \cdot (1+r_{0j})^{j-1}}{\sum_{t=1}^{T} \left(CF_t \cdot (1+r_t)^t \right)}$$

$$\text{(III.10)} \quad KRDur_{\text{mod},j} = \frac{KRDur_j}{1+r} = \frac{1}{1+r} \cdot \frac{-j \cdot CF_j \cdot (1+r_{0j})^{j-1}}{\sum_{t=1}^{T} \left(CF_t \cdot (1+r_t)^t \right)}$$

---

ist nicht auf die Wiederanlage zwischenzeitlicher Zins- und Tilgungsleistungen abzustellen, sondern die Wiederaufnahme des entsprechenden Kapitals.

[1] Vgl. J. HICKS [Capital 1946].

[2] Vgl. P. BETGE [Bankbetriebslehre 1996], S. 284-295.

[3] D.h., es kann zu jedem Zeitpunkt nicht nur ein einziger Zinssatz, sondern eine laufzeitabhängige Zinsstrukturkurve bestehend aus beliebig vielen einzelnen Zinssätzen festgestellt werden. Hierzu sei nochmals auf O. ISSING [Geldtheorie], S. 125-135 auf verwiesen.

[4] Für die Effective Duration $EDur$ wird dann geschrieben: $EDur = \frac{\sum_{t=1}^{T} t \cdot CF_t \cdot (1+r_{0t})^t}{\sum_{t=1}^{T} \left(CF_t \cdot (1+r_{0t})^t \right)}$. Vgl. A. BÜHLER U. M. HIES [Key Rate Duration 1995], S. 112-118 oder E. ELTON U. M. GRUBER [Portfolio Theory 1995], S. 560.

[5] Vgl. F. PETERL [Risikomanagement 2003], S. 25 und L. PERRIDON U. M. STEINER [Finanzwirtschaft 2004], S. 205-207. Falls die Fälligkeiten der Zahlungsströme nicht mit denen verfügbarer Key Rates vollständig kongruent sind, resultieren Unschärfen; die gleiche Auswirkung haben Zahlungsstromstrukturen, die einer Key Rate mehrere Zahlungsströme zuordnen. Vgl. M. STEINER U. C. BRUNS [Wertpapiermanagement 2002], S. 168.

Anhang IV: Herkömmliche Verfahren zu Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit

Im Rahmen des gleichnamigen Unterabschnitts 3.1.2 im ersten Teil wurden nur Ratings als herkömmliche Verfahren zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit vorgestellt, da sie eine zentrale Rolle in der Theorie und Praxis der Kreditrisikoquantifizierung sowohl auf der Einzelengagement- als auch auf der (Teil-) Portfolioebene einnehmen.

Die übrigen Verfahren werden z.T. ebenfalls noch häufig in der Praxis eingesetzt, sind aber für eine präzise Risikomessung und -steuerung auf Engagement- und Kreditnehmerebene zu ungenau und damit nicht mehr zeitgemäß. Da sie über diese Feststellung hinaus weder für die weiteren Ausführungen des dritten, noch der darauf folgenden Kapitel waren, werden sie an dieser Stelle im Anhang vorgestellt.

IV.1 Klassische Kreditwürdigkeitsprüfung

In diesem Zusammenhang ist zunächst auf den definitorischen Unterschied zwischen der Kreditfähigkeits- und der Kreditwürdigkeitsprüfung hinzuweisen:

Die Kreditfähigkeitsprüfung untersucht, ob ein Antragsteller überhaupt in der Lage ist, rechtswirksam einen Kreditvertrag zu schließen.[1] Die Kreditfähigkeitsprüfung sollte deshalb jeder eingehenden Untersuchung des Risikos, das mit einer Kreditvergabe an diesen potentiellen Kreditnehmer verbunden ist, vorausgehen.[2]

Die Untersuchung des Kreditrisikos verbirgt sich jedoch hinter der Kreditwürdigkeitsprüfung[3], die zum einen auf die Bewertung der wirtschaftlichen Vermögens- und Einkommenssituation sowie die daraus abzuleitende Fähigkeit, die potentiellen Verbindlichkeiten vertragsgemäß bedienen zu können, und zum anderen auf die Einschätzung der persönlichen Integrität respektive der Neigung zu opportunistischem Verhalten[4] abstellt.[5]

---

[1] Im Firmenkundengeschäft ist die Kreditfähigkeitsprüfung von besonderer Bedeutung: Es ist sicherzustellen, dass der Ansprechpartner befugt ist, das Unternehmen rechtswirksam zu vertreten. Zu der Definition der Kreditfähigkeitsprüfung s. H. BECKER [Bankbetriebslehre 1994], S. 98-100 und W. GRILL U. H. PERCZYNSKI [Wirtschaftslehre 1998], S. 338.

[2] Vgl. H. BULLING [Diskriminanzanalyse 1976], S. 156.

[3] Die Begriffe der Kreditwürdigkeit und der Bonität sind im Übrigen synonym zu verwenden.

[4] Das Thema opportunistischen Verhaltens wird weiterführend z.B. von G. FRANKE U. H. HAX [Finanzwirtschaft 2004], S. 431-435 behandelt. Um die Möglichkeiten und den Anreiz zu opportunistischem Verhalten einzuschränken, bieten sich sogen. Covenants als ergänzende Vereinbarungen des Kreditvertrages an. Vgl. hierzu z.B. A. SAUNDERS [Financial Institutions 1997], S. 56 und 190 f.

[5] Zu der Definition der Kreditwürdigkeitsprüfung s. z.B. H. BÜSCHGEN [Bankgeschäfte 1998], S. 939-941.

Alle drei im Folgenden vorgestellten Verfahren – die traditionelle Kreditwürdigkeitsprüfung, die heuristischen Punktbewertungsverfahren und die Expertensysteme – stellen herkömmliche Ansätze dar, die zudem als logisch-deduktiv einzustufen sind.

IV.1.1 Traditionelle Kreditwürdigkeitsprüfung auf Basis eines subjektiven Expertenurteils

Die Kreditwürdigkeit wird – wie in der Einleitung zu diesem Gliederungspunkt erläutert – an der Fähigkeit des (potentiellen) Schuldners festgemacht, seinen zukünftig fälligen Zahlungsverpflichtungen nachkommen zu können, und seiner Absicht, dies auch tatsächlich zu tun. Zu dieser Beurteilung werden im Rahmen der traditionellen Kreditwürdigkeitsprüfung Checklisten eingesetzt, um bonitätsrelevante Informationen vollständig, systematisch und in vergleichbarer Form zu erheben.[1]

Für das Firmenkundengeschäft stehen zu diesem Zweck bspw. die sogen. sechs C`s of Credit zur Verfügung. Um den Prozess des Erhebens, Aufbereitens und Beurteilens der Informationen über den Kreditnehmer zu strukturieren, orientiert sich das Kreditinstitut dabei an den folgenden Kriterien:[2]

- Character Unternehmerpersönlichkeit und -integrität
- Capacity Sachliches und personelles Leistungsvermögen des Unternehmens
- Capital Vermögenslage des Kreditnehmers
- Collaterals Höhe der gestellten werthaltigen Sicherheiten
- Conditions Umweltbedingungen (konjunkturell, rechtlich, technisch etc.)
- Coverage Wirkungskreis und Aktionsradius des Unternehmens

Alternativ kann eine Kreditwürdigkeitsprüfung auch auf den folgenden drei Säulen aufgebaut werden:[3]

- Erste Säule Fähigkeit des Managements } Persönliche Kreditwürdigkeit
- Zweite Säule Angebotene Produkte und Dienstleistungen } Wirtschaftliche Kreditwürdigkeit
- Dritte Säule Finanzielle Verhältnisse } Wirtschaftliche Kreditwürdigkeit

Um die durch die angeführten Kriterien induzierte starke Orientierung an der Vergangenheit zu kompensieren, kann die Analyse um eine Prüfung von Finanzplänen und die Berücksichtigung

---

[1] Vgl. R. DINKELMANN [Risikofrüherkennung 1995], S. 48.

[2] Vgl. J. SINKEY [Financial Management 1992], S. 528. Bei C. DICKERSON [Credit Decisions 1988] und P. ROSE [Commercial Bank 1993], S. 194-198 wird auf die Prüfung einzelnen C`s detaillierter eingegangen.

[3] Vgl. B. ZELLWEGER [Kreditwürdigkeitsprüfung 1994], S. 27-62 und W. GRILL U. H. PERCZYNSKI [Wirtschaftslehre 1998], S. 338. Eine alternative Kriterienliste findet sich z.B. bei A. JÄHRIG U. H. SCHUCK [Kreditgeschäft 1990], S. 149 f.

von Zukunftsperspektiven ergänzt werden.[1] In den Checklisten können die einzelnen Bereiche durch die Zuordnung von konkreten qualitativen und quantitativen Informationen, denen erfahrungsgemäß eine hohe Bedeutung für die Kreditwürdigkeit zukommt, spezifiziert werden.[2]

In jedem Fall erfolgt die Bewertung der entsprechend erhobenen Informationen im Rahmen der klassischen Kreditwürdigkeitsprüfung subjektiv: Das Ergebnis wird dabei direkt als Schlussfolgerung des Analysierenden aus den Bewertungen der einzelnen Kriterien abgeleitet[3] und kann i.d.R. nur zwei Ausprägungen annehmen: Entweder die Feststellung der Kreditwürdigkeit oder die Feststellung der Kreditunwürdigkeit.[4]

Infolgedessen kann – sofern die Kreditwürdigkeitsprüfung die einzige Grundlage der Risikobetrachtung bleibt – als Ausfallwahrscheinlichkeit nur der undifferenzierte Durchschnittswert des kumulierten Kreditvolumens der in der Vergangenheit als kreditwürdig eingestuften und trotzdem ausgefallenen Kunden im Verhältnis zu dem kumulierten Kreditvolumen aller als kreditwürdig befundenen Kunden angesetzt werden.[5] Da die Risikoprämie von der Ausfallwahrscheinlichkeit abhängig ist, gilt für sie Analoges.

Nachdem die C`s of Credit ursprünglich für das Firmenkundengeschäft aufgestellt worden sind, bleibt darauf hinzuweisen, dass sich das Prinzip direkt auf das Geschäft mit Privatpersonen übertragen lässt.[6] Es wird dann häufig von sogen. Bonitätschecklisten gesprochen.[7]

Das Verfahren der Klassischen Kreditwürdigkeitsprüfung allein wird heutzutage weder den gesetzlichen und aufsichtlichen noch den marktgegebenen Anforderungen in hinreichender Weise gerecht.[8]

---

[1] Vgl. F. BÖNKHOFF [Kreditwürdigkeitsprüfung 1983], S. 68-145.

[2] Beispiele finden sich bei H. GRÄFER, R. BEIKE U. G. SCHELD [Finanzierung 1998], S. 171-175 für das Firmenkundengeschäft und bei T. HARTMANN-WENDELS, A. PFINGSTEN U. M. WEBER [Bankbetriebslehre 2000], S. 156-160 für das Privatkundengeschäft.

[3] Vgl. H. SCHIERENBECK [Bankmanagement 1 2003], S. 337 f.

[4] Grauzonen sind nicht darstellbar oder zumindest nicht seriös quantifizierbar. Mit einer kritischen Betrachtung der Kreditwürdigkeitsverfahren befasst sich z.B. auch J. BAETGE [Bonitätsrisiken 1998], S. 3.

[5] Vgl. T. HARTMANN-WENDELS, A. PFINGSTEN U. M. WEBER [Bankbetriebslehre 2000], S. 664 f.

[6] Vgl. T. HARTMANN-WENDELS, A. PFINGSTEN U. M. WEBER [Bankbetriebslehre 2000], S. 161.

[7] Vgl. hierzu z.B. B. SIEGEL U. R. DEGENER [Kreditscoring 1989], S. 455-458.

[8] Aufgrund der gesetzlichen und aufsichtlichen Vorschriften ist eine Kreditfähigkeits- und Kreditwürdigkeitsprüfung notwendig; sie ist aber nicht hinreichend für ein angemessenes Kreditrisikomanagement nach der überarbeiteten Rahmenvereinbarung zur Internationalen Konvergenz der Kapitalmessung und Eigenkapitalanforderungen (Basel II), die zum 01. Januar 2007 in Kraft getreten sind. Vgl. BASELER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUFSICHT [Eigenkapitalanforderungen 2004]. In diesem Zusammenhang sei auch auf das das am 22. November 2006 veränderte Gesetz über das Kreditwesen (KWG), die am 20. Dezember 2006 veröffentlichten Solvabilitätsverordnung (SolvV) und Groß- und Millionenkreditverordnung (GroMiKV) sowie auf die Mindestanforderungen an das Risikomanagement (MaRisk), die die Mindestanforderungen an das Kreditgeschäft (MaK) und die Mindestanforderungen an das Handelsgeschäft (MaH) ablösen, verwiesen. Vgl. § 25a (1) KWG und MaRisk. Zu den gesetzlichen und aufsichtlichen Veränderungen im Rahmen von Basel II s. auch M. GRABAU U. K. SCHLEE [Basel II 2005], S. 527-531.

IV.1.2 Heuristische Punktbewertungsverfahren

Ein heuristisches[1] Punktbewertungsverfahren zur Bonitätsanalyse und -bewertung setzt auf der traditionellen Kreditwürdigkeitsprüfung auf: Die Erfahrung mit ausgefallenen und nicht ausgefallenen Krediten wird auch hier dazu genutzt, (qualitative und quantitative) Indikatoren für die Ausfallgefährdung zu identifizieren; diese werden infolgedessen in einen Katalog von Kriterien aufgenommen, der im Rahmen einer Kreditwürdigkeitsprüfung zu analysieren ist.[2]

Der Unterschied zwischen dem heuristischen Punktbewertungsverfahren und der traditionellen Kreditwürdigkeitsprüfung liegt in dem Verfahren zur Bewertung der einzelnen Kriterien und deren Aggregation zu einem Gesamturteil:[3] Der Zusammenhang zwischen Ausfallindikatoren auf der einen und Ausfallereignissen auf der anderen Seite wird dabei hergestellt, indem die Bewertung der Ausfallindikatoren auf einer standardisierten ordinalen Notenskala abgebildet und mithilfe eines gewichteten arithmetischen Mittels zu einer Gesamtnote aggregiert werden.[4]

Neben der heuristischen Ableitung eines kritischen Punktwertes, den die Gesamtnote überspringen muss, damit ein potentieller Kredit als nicht signifikant ausfallgefährdet eingestuft und stattdessen bewilligt wird, können anhand zusätzlicher Trennwerte weitere Risikoklassen voneinander abgegrenzt werden, denen sich empirische Ausfallquoten und entsprechende Risikoprämien einer risikoorientierten Bepreisung von Kreditmitteln zuordnen lassen.[5]

Vor dem Hintergrund, dass sich der Zusammenhang zwischen den Ausfallindikatoren und den Ausfallereignissen in Abhängigkeit von den untersuchten Kundengruppen und Produktkategorien unterscheidet, können darüber hinaus entsprechende Segmente gebildet werden. In einem heuristischen Prozess[6] werden die Segmentbildung sowie der segmentspezifische Indikatorenkatalog und das zugehörige Gewichtungsschema dahingehend verbessert, dass die in einem Segmente zusammengefassten (potentiellen) Kreditnehmer homogen sowohl bzgl. der relevanten Ausfallindikatoren[7] als auch bzgl. des Zusammenhangs zwischen diesen Ausfallindikatoren und

---

[1] Heuristiken zielen darauf ab, methodisch auf die jeweilige Problemstellung abgestimmt nach Lösungen zu suchen. Das Lösungsverfahren zeichnet sich aufgrund des sowohl effektiven als auch effizienten Vorgehens durch einen verhältnismäßig geringen Aufwand bei gleichzeitig befriedigender, aber nicht zwangsläufig optimaler Lösungsqualität aus. Vgl. hierzu K.-W. HANSMANN [Industrielles Management 2006], S. 27 f.

[2] Vgl. T. KILB [Credit Rating 2002], S. 30-32.

[3] Zu den folgenden Ausführungen s. S. DISMAN [Kreditentscheidungen 1994], S. 909-919.

[4] Vgl. T. KILB [Credit Rating 2002], S. 30-32.

[5] Die Trennschärfe des kritischen Punktwertes ist an dessen fehlerhaften Zuordnungen festzumachen: Das Optimum ist erreicht, wenn durch die Anhebung des kritischen Punktwertes der vermiedene Verlust durch den Ausfall von Krediten, deren Kreditnehmer (fälschlicher Weise) als kreditwürdig eingestuft wurden, geringer ausfällt als der entgangene Gewinn durch die (fälschliche) Ablehnung der Kreditvergabe an Kunden, die sich wider der Einschätzung des heuristischen Punktbewertungsverfahrens als kreditwürdig erweisen würden. Vgl. C. UTHOFF [Kreditwürdigkeitsprüfung 1997], S. 273 f.

[6] Es gibt unterschiedliche Ansätze für einen solchen Prozess, vgl. bspw. C. KRAUSE [Kreditwürdigkeitsprüfung 1993], S. 14 f.

[7] Theoretisch ist von diesem Indikatorenkatalog statistische Unabhängigkeit zu fordern, um korrelationsbedingte Verzerrungen zu vermeiden. Einen beispielhaften Eindruck von Punktbewertungsbögen geben A. DICKEN [Kreditwürdigkeitsprüfung 1999], S. 301-356 für Privatkunden und T. HARTMANN-WENDELS, A. PFINGSTEN U.

der von ihnen indizierten Ausfällen sind und demzufolge eine befriedigende Trennschärfe erreichen.[1]

Da als Indikatoren – wie bereits erwähnt – nicht nur quantitative, sondern auch qualitative Größen in Frage kommen, kann die Beurteilung immer noch subjektive Elemente enthalten, nichtsdestotrotz ist dieses Verfahren gegenüber der traditionellen Kreditwürdigkeitsprüfung wesentlich objektiver und transparenter; die Ergebnisse sind zudem besser zu interpretieren und weiterzuverarbeiten. Auf der anderen Seite ist jedoch festzustellen, dass durch die Vereinfachungen und Standardisierungen im Einzelfall bestimmte risikorelevante Informationen oder Zusammenhänge ggf. nicht mehr erfasst werden.[2]

Ein solches Punktbewertungsverfahren lässt sich sowohl für Firmen- als auch für Privatkunden einrichten.[3]

IV.1.3 Expertensysteme

Einen alternativen Ansatz stellen Expertensysteme dar: Sie haben zum Ziel, den Vorzug der traditionellen Kreditwürdigkeitsprüfung, komplexe, individuell strukturierte Probleme ganzheitlich erfassen und beurteilen zu können, mit den Vorzügen eines standardisierten Vorgehens wie im Fall des heuristischen Punktbewertungsverfahrens, nachvollziehbare, vergleichbare und quantifizierbare Ergebnisse zu erzeugen, miteinander zu kombinieren.[4]

Dazu wird ein Datenverarbeitungsprogramm entwickelt, das zunächst mit der sogen. Wissensbasis von Kreditexperten versehen wird.[5] Diese Wissensbasis umfasst nicht nur einen Datenbestand und Schnittstellen zu Datenquellen, sondern erstreckt sich darüber hinaus auch auf die komplexe Struktur von Abhängigkeitsbeziehungen zwischen den Daten.[6]

Zudem sind Expertensysteme mit einer Wissenserwerbskomponente ausgestattet, die die Wissensbasis dynamisiert, indem sie deren Datenbasis über die Dialogkomponente um externe Daten

---

M. WEBER [Bankbetriebslehre 2000], S. 160 für Firmenkunden, zu beispielhaften Gewichtungsschemata s. z.B. E. PRIEWASSER [Bankbetriebslehre 1998], S. 353.

[1] Um verwertbare Ergebnisse zu erzielen, bedarf es der Einhaltung gewisser Mindestanforderungen an die Daten. Zu Einzelheiten s. S. DISMAN [Kreditentscheidungen 1994], S. 911 f.

[2] Zu den Vor- und Nachteilen heuristischer Punktbewertungsverfahren s. auch F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 55 f.

[3] Ein Punktbewertungsverfahren für Privatkunden wird auch als Credit Scoring bezeichnet.

[4] Vgl. J. SCHWARZE U. K. ROSENHAGEN [Expertensysteme 1993], S. 292. Zu Expertensystemen wird auch auf A. BEEREL [Expert Systems 1993], A. GONZALES U. D. DANKEL [Knowledge-Based Systems 1993] und D. WATERMAN [Expert Systems 1986] verwiesen.

[5] Zu einer technischen Einordnung und Abgrenzung der Expertensysteme zu konventionellen Datenverarbeitungssystemen s. z.B. E. LEHMANN [Wissensrepräsentation 1989], S. 56-58 oder H. MIEG [Experts 1993].

[6] D.h., die Wissensbasis besteht aus den Daten zu den ausfallindizierenden Faktoren und zu der Abhängigkeitsbeziehung der Ausfallereignisse von diesen Faktoren. Vgl. J. HAUSCHILDT [Expertensysteme 1990], S. 525.

und Erkenntnisse und über den Output der modelleigenen Problemlösungskomponente um interne Daten und Erkenntnisse kontinuierlich aktualisiert und verbreitert.[1]

Die Problemlösungskomponente führt dabei die Daten zusammen und verarbeitet sie; als Ergebnis kann eine Schlussfolgerung über die Kreditwürdigkeit, aber auch eine Kategorisierung in Risikoklassen und damit eine Aussage über die Ausfallwahrscheinlichkeit vorgesehen sein.[2]

Dieser Prozess wird mit der Erklärungskomponente dokumentiert und begründet.[3]

Die dargestellten Zusammenhänge werden mit der nachfolgenden Abbildung visualisiert:

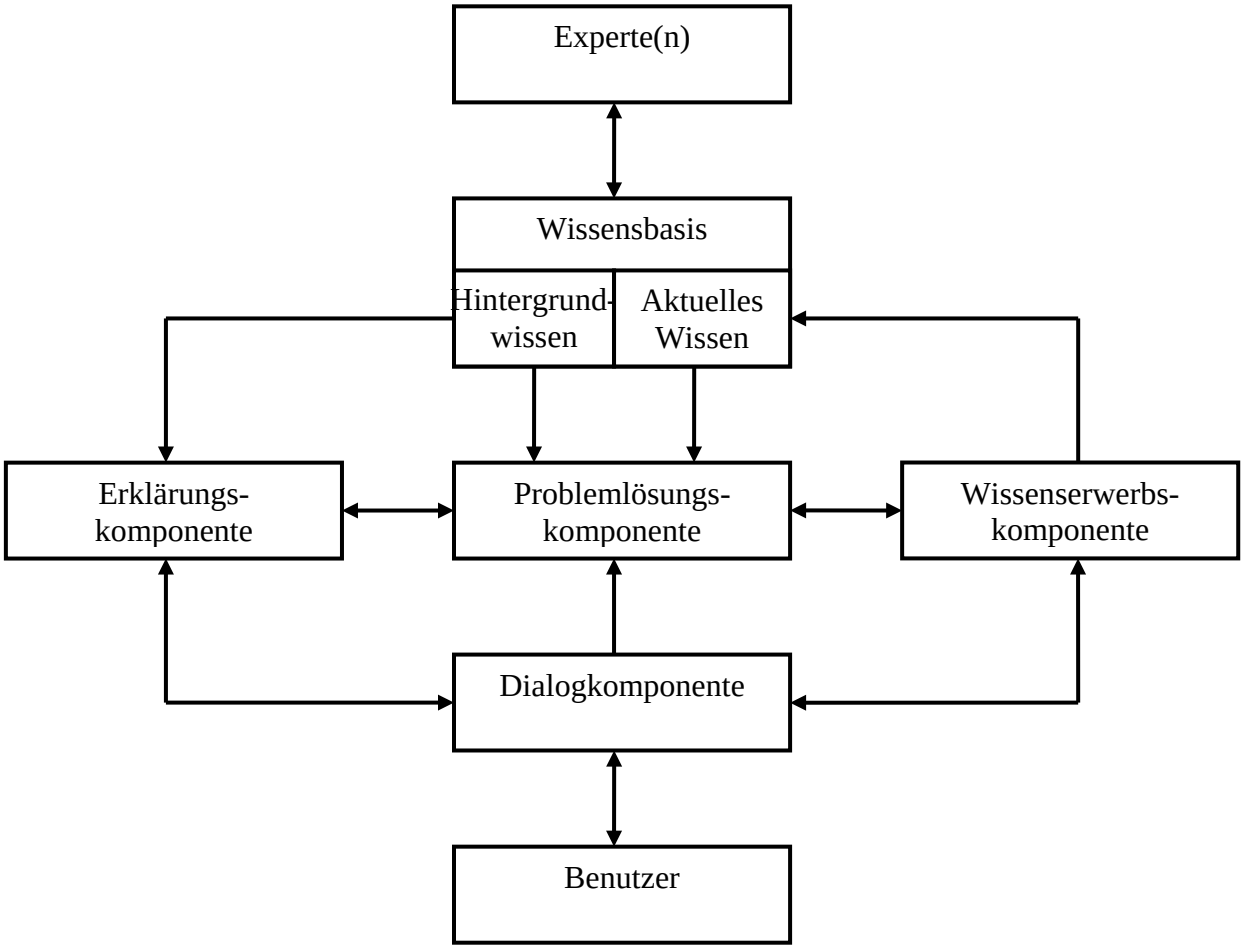


Abbildung IV.1: Der strukturelle Aufbau eines Expertensystems

(J. SCHWARZE [Wirtschaftsinformatik 1991], S. 396)

Einerseits ist die wesentliche Leistung der Expertensysteme die Fähigkeit, individuelle Strukturen zu erkennen, mit hinterlegten Denkmustern des Expertenwissens abzugleichen und – i.d.R.

[1] Vgl. P. VINCENZ-WEDER [Expertensysteme 1990], S. 36.
[2] Vgl. P. STAHLKNECHT U. U. HASENKAMP [Wirtschaftsinformatik 1999], S. 449.
[3] Vgl. W. SWARTOUT U. J. MOORE [Expert Systems 1993], S. 543-585.

über „wenn ..., dann ...“-Beziehungen – bei der Verarbeitung zu berücksichtigen.[1] Andererseits gehen die hinterlegten Verknüpfungen weiterhin auf Heuristiken und subjektive Einschätzungen der an der Entwicklung beteiligten Experten zurück und werden zudem in der Praxis kaum dem Anspruch auf Vollständigkeit gerecht werden.[2]

IV.2 Quantitative Verfahren

Während unter der Klassischen Kreditwürdigkeitsprüfung logisch-deduktive Verfahrensansätze subsumiert wurden, die auf die subjektive Bewertung qualitativer Bonitätsmerkmale ausgerichtet sind, zielen die jüngeren, höher entwickelten und damit auch komplexeren quantitativen Verfahren darauf ab, die Abgrenzung potentieller Kreditnehmer in kreditwürdige und kreditunwürdige Schuldner empirisch-induktiv und damit mit einem Anspruch auf Objektivität abzuleiten.

Der grundsätzliche Aufbau der drei im Folgenden vorgestellten Modelle – die Multivariate Diskriminanzanalyse (MDA), die Probit- und Logit-Modelle sowie die Künstlichen Neuronalen Netze (KNN) – ist dabei identisch: Zunächst wird eine historische Datenbasis abgewickelter Kredite geschaffen; sie umfasst zu jedem Kredit neben der Information, ob ein Ausfall eingetreten ist oder nicht, die Werte, die die möglicher Weise ausfallindizierenden Faktoren angenommen haben. In einem zweiten Schritt werden die ausfallindizierenden Faktoren identifiziert und auf ihnen aufbauend eine Trennfunktion bestimmt, so dass in einem dritten Schritt potentielle neue Kredite mit dieser Trennfunktion bewertet werden können.[3]

IV.2.1 Multivariate Diskriminanzanalysen (MDA)

Multivariate Diskriminanzanalysen (MDA) gehören zu der Gruppe der strukturprüfenden Verfahren[4] und sind dadurch charakterisiert, dass sie die (metrisch skalierten) quantitativen Faktoren, die ggf. bereits im Rahmen der Klassischen Kreditwürdigkeitsprüfungen als Ausfallindikator zur Anwendung kamen, nunmehr einer ökonometrischen Verarbeitung zuführen: In diesem Zusammenhang sollen zum einen die Faktoren, die einen Ausfall indizieren, empirisch-statistisch fundiert identifiziert werden. Zum anderen soll darauf aufbauend eine Trennfunktion, die jedem Kredit respektive Kreditnehmer eine nominal skalierte Gruppierungsvariable – i.d.R. eine Binärvariable, die den Wert „0“ für den Zustand „Kreditforderung nicht ausgefallen“ und

---

[1] Weitere wesentliche Vorzüge sind die Nachvollziehbarkeit, die Begründung und die Einheitlichkeit der Ergebnisse. Vgl. P. STAHLKNECHT U. U. HASENKAMP [Wirtschaftsinformatik 1999], S. 446.

[2] Zudem sind die Anforderungen einer praktischen Umsetzung und Implementierung eines Expertensystems an die Datenverarbeitung als anspruchsvoll zu bezeichnen. Diese und weitere Unzulänglichkeiten und modelltheoretische Grenzen von Expertensystemen zeigt K. KURBEL [Wissensbasierte Systeme 1989], S. 196-200 auf.

[3] S. hierzu auch T. KILB [Credit Rating 2002], S. 39.

[4] Im Gegensatz zu struktur-erkennenden Verfahren. Vgl. J. JOBSON [Multivariate Data Analysis 1991], S. 9.

den Wert „1“ für „Kreditforderung ausgefallen“ annimmt – zuweist, mathematisch bestimmt und optimiert werden.[1]

Zunächst sei das Vorgehen dieses Ansatzes mit der folgenden Abbildung für den bivariaten Fall, d.h. zweier ausfallindizierender (quantitativer) Faktoren F_1 und F_2 graphisch veranschaulicht:[2]

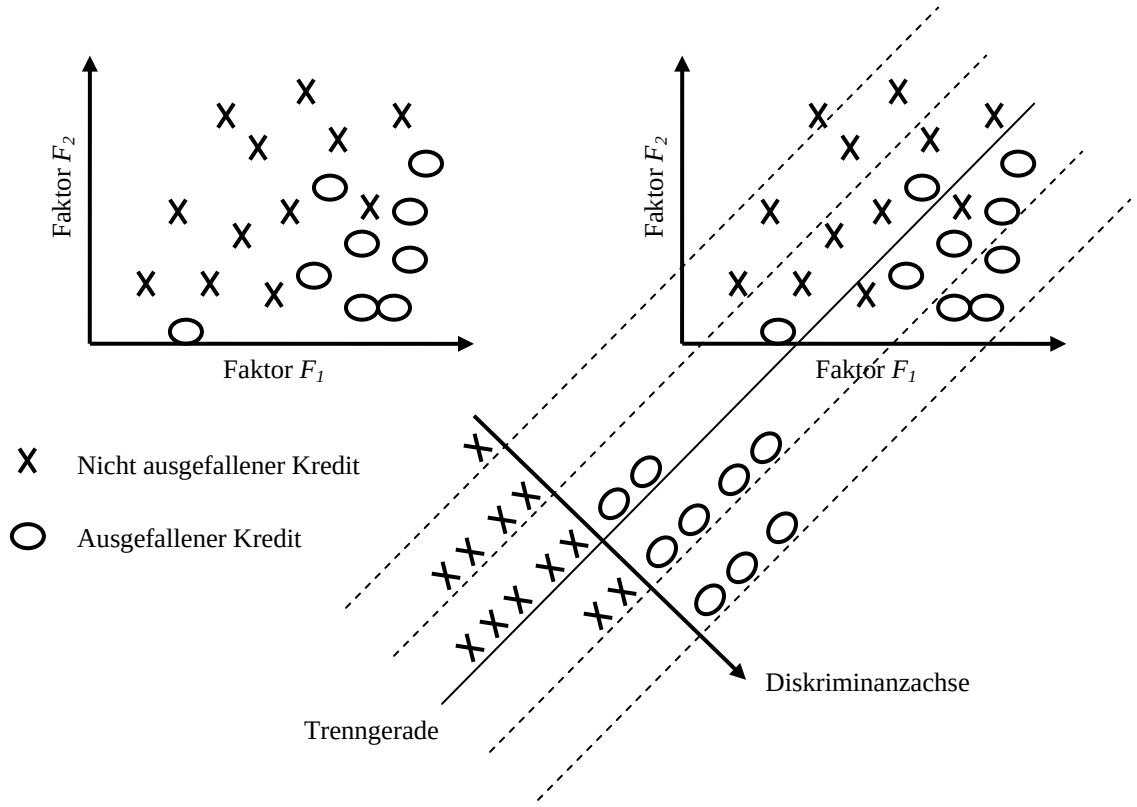


Abbildung IV.2: Das typisierte Beispiel einer bivariaten Diskriminanzanalyse

(In Anlehnung an J. BAETGE [Unternehmenskrisen 1998], S. 10)

Es ist bereits in der linken Darstellung zu erkennen, dass sich die Kreuze, mit denen die Wertpaare, die die Faktoren F_1 und F_2 bei den nicht ausgefallenen Krediten respektive Kreditnehmern angenommen haben, symbolisiert werden, und die Ellipsen, die die gleiche Funktion für ausgefallene Kredite bzw. Kreditnehmer erfüllen, kaum durchmischt sind: Es lässt sich infolgedessen eine Trenngerade einzeichnen, wie in der rechten Darstellung vorgenommen. Diese Trenngerade steht rechtwinklig auf der Diskriminanzachse und verläuft durch deren Nullpunkt.

[1] Vgl. hierzu auch A. HANDL [Analysemethoden 2002], S. 84-95.

[2] Es ist zu empfehlen, ein paritätisches zahlenmäßiges Verhältnis von ausgefallenen Krediten respektive Kreditnehmern zu nicht ausgefallenen Krediten bzw. Kreditnehmern zugrunde zu legen, da die analytischen Methoden zur Bestimmung der Diskriminanzfunktion ansonsten verzerrte Ergebnisse liefern. In der Praxis gibt es erwartungsgemäß jedoch deutlich mehr nicht ausgefallene Kredite bzw. Kreditnehmer als ausgefallene; aus diesem Grund sind aus einem empirischen Datensatz die Daten nicht ausgefallener Kredite bzw. Kreditnehmer als Zufallsstichprobe zu ziehen, deren Umfang der Anzahl vorliegender empirischer Daten zu ausgefallenen Krediten bzw. Kreditnehmern entspricht.

Für die Diskriminanzachse ist – unter Verwendung der Koeffizienten a_1 und a_2 – algebraisch Folgendes zu schreiben:[1]

$$\text{(IV.1)} \quad F_2 = a_2 \cdot a_1^{-1} \cdot F_1$$

Die Diskriminanzachse stellt dabei eine Gerade in der (Hyper-) Ebene[2], die durch die Diskriminanzfunktion $D(F_j)$ aufgespannt wird, dar. Die Diskriminanzfunktion $D(F_j)$ wird für den allgemeinen Fall algebraisch wie folgt geschrieben:[3]

$$\text{(IV.2)} \quad D(F_j) = a_0 + \sum_j a_j \cdot F_j$$

Infolgedessen lässt sich ein potentieller Kreditnehmer i durch Einsetzen seiner Faktorausprägungen $F_{i,j}$ in diese Diskriminanzfunktion $D(F_j)$ und Abgleich des Ergebnisses mit dem sogen. kritischen Diskriminanzwert D_{krit} klassifizieren.[4]

Die Koeffizienten a_j werden bestimmt, indem das sogen. Diskriminanzkriterium DK, das sich aus dem Quotienten der Streuung Var_{inter} zwischen den Gruppen g (erklärte Streuung) und der Streuung Var_{intra} innerhalb der Gruppen g (nicht erklärte Streuung) ergibt, maximiert wird. In der folgenden algebraischen Darstellung dieses Zusammenhangs bezeichnet I_g die Anzahl der Elemente der Gruppe g, D_{gi} den Diskriminanzwert des Kreditnehmers i der Gruppe g und $\overline{D_g}$ respektive $\overline{D}$ den durchschnittlichen Diskriminanzwert der Gruppe g bzw. aller Gruppen:[5]

$$\text{(IV.3)} \quad DK = \frac{Var_{inter}}{Var_{intra}} = \frac{\sum_{g=1}^{G} I_g \cdot \left(\overline{D_g} - \overline{D}\right)^2}{\sum_{g=1}^{G} \sum_{i=1}^{I_g} \left(D_{gi} - \overline{D_g}\right)^2} \rightarrow \max!$$

[1] S. zu diesen Zusammenhängen auch K. BACKHAUS, B. ERICHSON, W. PLINKE U. R. WEIBER [Analysemethoden 2003], S. 155-227, hier insbesondere 173-176 und H.-J. NIEHAUS [Unternehmenskrisen 1987], S. 119-156, hier insbesondere 119-125.

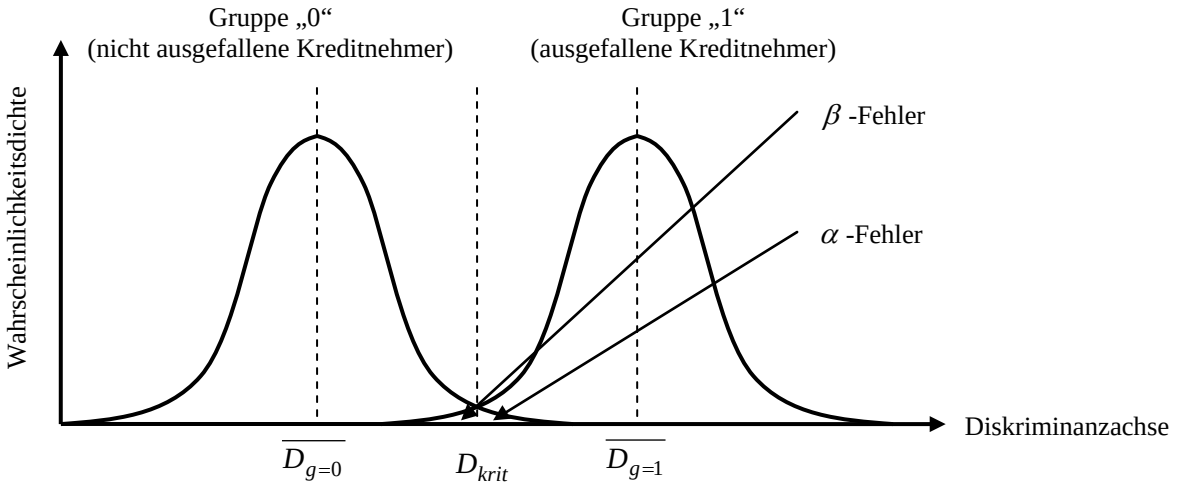
[2] Um eine Hyperebene handelt es sich, wenn die Diskriminanzfunktion mehr als zwei Faktoren als unabhängige Variablen enthält.

[3] Vgl. M. PYTLIK [Klassifizierung 1995], S. 133.

[4] Der kritische Diskriminanzwert ist auf Null normierbar. S. G. KEYSBERG [Kreditwürdigkeitsprüfung 1989], S. 44 f.

[5] Für die mathematische Ableitung des Optimums s. z.B. M. TATSUOKA [Multivariate Analysis 1988], S. 113-115 oder W. COOLEY U. P. LOHNES [Multivariate Data Analysis 1971], S. 243-261.

Im Optimum sind die α- und β-Fehler minimal.[1] Die folgende Graphik visualisiert diesen Zusammenhang, indem sowohl die Verteilung der Diskriminanzwerte der Gruppe der (tatsächlich) nicht ausgefallenen Kredite respektive Kreditnehmer als auch die der Gruppe der (tatsächlich) ausgefallenen Kredite bzw. Kreditnehmer über der Diskriminanzachse abgetragen werden; die Klassifikation durch die bivariate Diskriminanzanalyse ist am kritischen Diskriminanzwert D_{krit} abzulesen:



D_{krit} kritischer Diskriminanzwert

$\overline{D_g}$ durchschnittlicher Diskriminanzwert der Gruppe g

Abbildung IV.3: Verteilungen der Diskriminanzwerte und kritischer Diskriminanzwert

(In Anlehnung an T. KILB [Credit Rating 2002], S. 40)

Der Vektor A_{opt} der optimalen Faktorkoeffizienten $a_{opt,j}$ der Diskriminanzfunktion sind bislang jedoch nicht eindeutig bestimmt; vielmehr erfüllt jedes beliebige Vielfache $b \cdot A_{opt}$ mit $b \in \mathbb{R}$ eines solchen Ergebnisvektors die Optimalitätsanforderung.[2] Aus diesem Grund ist eine Normierung vorzunehmen: Zu diesem Zweck werden die Koeffizienten $a_{opt,j}$ mit $j = [1,2,\ldots J]$ üblicher Weise so festgelegt, dass die Streuung Var_{intra} innerhalb einer Gruppe den Wert eins annimmt;

[1] Unter einem α-Fehler ist die fälschliche Klassifizierung eines tatsächlich ausgefallenen Kredites respektive Kreditnehmers als nicht ausgefallen zu verstehen, unter einem β-Fehler der umgekehrte Fall, d.h., ein tatsächlich nicht ausgefallener Kredit bzw. Kreditnehmer wurde als ausgefallen eingestuft. Es ist dabei zu beachten, dass der Schaden durch einen α-Fehler i.d.R. höher als der durch einen β-Fehler ausfällt. Zu detaillierteren Ausführungen s. bspw. K. COHEN U. F. HAMMER [Credit evaluation 1996], S. 131 f.

[2] Vgl. K. BACKHAUS, B. ERICHSON, W. PLINKE U. R. WEIBER [Analysemethoden 2003], S. 176 f.

darüber hinaus wird bei der Wahl des Koeffizienten $a_{opt,j=0}$ zu Vereinfachungszwecken angestrebt, dass dadurch der kritische Diskriminanzwert D_{krit} den Wert null annimmt.[1]

Im Fall von mehr als zwei Gruppen, d.h. $g > 2$, kommen entsprechend $g-1$ orthogonal aufeinander stehende Diskriminanzfunktionen zum Einsatz. Es müssen dabei allerdings mindestens so viele Faktoren wie Gruppen zur Verfügung stehen.[2]

Bevor auf den mithilfe empirischer Daten bestimmten Diskriminanzfunktionen ein Verfahren zur Klassifizierung neuer, potentieller Kredite respektive Kreditnehmer aufgesetzt wird, können und sollten verschiedene Prüfungen zur Trennschärfe der Diskriminanzfunktionen durchgeführt werden: Zunächst ist es unmittelbar einsichtig, die Minimalanforderung an die Leistungsfähigkeit einer Diskriminanzfunktion so zu definieren, dass die mit ihr durchgeführte Diskriminanzanalyse in jedem Fall eine treffsicherere Zuordnung als bei einer zufälligen Zuordnung liefern muss.

Darüber hinaus stehen zur Validierung der Diskriminanzkriterien unterschiedliche Gütemaße zur Auswahl, u.a. der Quotient aus erklärter und gesamter Streuung, der für den Fall, dass (nur) zwei Gruppen unterschieden werden, dem Bestimmtheitsmaß entspricht,[3] der kanonische Korrelationskoeffizient als Quadratwurzel des Bestimmtheitsmaßes[4] oder das Wilks` Lamda, das als Quadratwurzel des Quotienten aus nicht erklärter und gesamter Streuung berechnet wird und sich zur Interpretation als Wahrscheinlichkeit der Unterschiedlichkeit der Gruppen heranziehen lässt.[5] Schließlich bleibt die diskriminatorische Bedeutung der Faktoren mit standardisierten Diskriminanzkoeffizienten zu prüfen.[6]

Um nunmehr neue Kredite respektive Kreditnehmer zu klassifizieren stehen drei Ansätze zur Auswahl: Nach dem Ansatz von Fisher, der jeweils (annähernd) gleiche Streuungen $Var_{intra,g}$ innerhalb der Gruppen g voraussetzt, werden unter Verwendung der Faktorkoeffizienten $a_{g,j}$ und der Klassifizierungswahrscheinlichkeit $p(g)$ für jede Gruppe Klassifizierungsfunktionen $K_g(F_j)$ aufgestellt:[7]

---

[1] Vgl. H.-F. ECKEY, R. KOSFELD U. M. RENGERS [Multivariate Statistik 2002], S. 312-322.
[2] Vgl. hierzu auch M. TATSUOKA [Multivariate Analysis 1988], S. 215-218.
[3] Vgl. K. BACKHAUS, B. ERICHSON, W. PLINKE U. R. WEIBER [Analysemethoden 2003], S. 181 f. Zu dem Bestimmtheitsmaß vgl. z.B. L. SACHS [Statistische Methoden 1993], S. 129-134.
[4] Vgl. M. TATSUOKA [Multivariate Analysis 1988], S. 235-266.
[5] Vgl. L. FAHRMEIR U. A. HAMERLE [Mehrdimensionale Zufallsvariablen 1984], S. 40 f.
[6] S. hierzu C. SCHUCHARD-FICHER, K. BAKCHAUS, U. HUMME, W. LOHRBERG, W. PLINKE U. W. SCHREINER [Analysemethoden 1985], S. 164.
[7] Diese Klassifizierungsfunktionen ähneln zwar den Diskriminanzfunktionen, entsprechen ihnen aber nicht; es gilt: $a_j \neq a_{g,j}$. Über den Term $\ln p(g)$ können zudem sogen. a-priori-Wahrscheinlichkeiten der Zugehörigkeit zu einer bestimmten Gruppe berücksichtigt werden. Zu detaillierteren Ausführungen s. R. FISHER [Measurement 1936], S. 179-188.

$$\text{(IV.4)} \quad K_g\left(F_j\right) = a_{g,0} + \sum_j a_{g,j} \cdot F_j + \ln p(g) \qquad \text{mit } g = [1,2,\ldots,G]$$

Die Faktorwerte $F_{i,j}$ eines zu bewertenden Kredites respektive Kreditnehmers i werden jeweils in alle Klassifizierungsfunktionen eingesetzt. Die Zuordnung erfolgt zu der Gruppe, für die der Funktionswert maximal ist.[1]

Das Distanzkonzept ordnet einen potentiellen neuen Kredit respektive Kreditnehmer i der Gruppe g zu, deren Centroid $\overline{D_{h,g}}$ die geringste Entfernung zu dem mit der h-ten Diskriminanzfunktion errechneten Diskriminanzwert $D_{h,i}$ des untersuchten Kredites bzw. Kreditnehmers aufweist. Als zu minimierendes Distanzmaß wird deshalb im Folgenden die Quadrierte Euklidische Distanz algebraisch wiedergegeben:[2]

$$\text{(IV.5)} \quad D_{i,g} = \sum_{h=1}^{H}\left(D_{h,i} - \overline{D_{h,g}}\right)^2 \qquad \text{mit } g = [1,2,\ldots,G]$$

Das Wahrscheinlichkeitskonzept ermöglicht es, zusätzlich sowohl die sogen. a-priori-Wahrscheinlichkeiten $p_i(g)$ als auch eine Gewichtung der α- und β-Fehler zu berücksichtigen.[3] Dazu wird zunächst – aufbauend auf dem Bayes-Theorem[4] – die sogen. a-posteriori-Wahrscheinlichkeit oder auch Klassifizierungswahrscheinlichkeit $p\left(g|D_i\right)$ wie folgt berechnet:[5]

$$\text{(D.6)} \quad p\left(g|D_i\right) = \frac{p\left(D_i|g\right) \cdot p_i(g)}{\sum_{g=1}^{G} p\left(D_i|g\right) \cdot p_i(g)} \qquad \text{mit } g = [1,2,\ldots,G]$$

---

[1] Ebenda.

[2] Hierzu und zu der alternativ verwendbaren sogen. Mahalanobis-Distanz s. L. FAHRMEIR, W. HÄUßLER U. G. TUTZ [Diskriminanzanalyse 1984], S. 326-328, H. KAUFMANN U. H. PAPE [Clusteranalyse 1984], S. 376-387 und H.-F. ECKEY, R. KOSFELD U. M. RENGERS [Multivariate Statistik 2002], S. 307-312 (für den Zwei-Gruppen-Fall) und 355-365 (für den Mehrgruppen-Fall).

[3] Es wurde bereits zuvor darauf hingewiesen, dass der Schaden durch einen α-Fehler i.d.R. höher als der durch einen β-Fehler ausfällt.

[4] Vgl. hierzu z.B. L. SACHS [Angewandte Statistik 2004], S. 77-88.

[5] $p\left(g|D_i\right)$ stellt die Wahrscheinlichkeit, dass Kredit respektive Kreditnehmer i mit seinem Diskriminanzwert D_i der Gruppe g zugeordnet wird, dar. $p\left(D_i|g\right)$ bezeichnet die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass der Diskriminanzwert des Kredites bzw. Kreditnehmers i den Wert D_i annimmt, falls der Kredit bzw. Kreditnehmer i der Gruppe g angehört. $p_i(g)$ ist die a-priori-Wahrscheinlichkeit, dass Kredit bzw. Kreditnehmer i der Gruppe g zuzuordnen ist. Zu einer Berechnung der Klassifikationswahrscheinlichkeit $p\left(g|D_i\right)$ unter Umgehung der bedingten Wahrscheinlichkeit $p\left(D_i|g\right)$ s. K. BACKHAUS, B. ERICHSON, W. PLINKE U. R. WEIBER [Analysemethoden 2003], S. 195-197.

Der potentielle neue Kredit respektive Kreditnehmer i ist, c.p., der Gruppe g zuzuordnen, für die die Klassifizierungswahrscheinlichkeit $p(g|D_i)$ maximal ist.

Um die (ungleiche) Gewichtung der α- und β-Fehler in die Bayes`schen Entscheidungsregel aufzunehmen, werden die erwarteten Kosten $E_{g_1}(K)$ der Zuordnung eines Kredites respektive Kreditnehmers i zu einer Gruppe g_1 gemessen. Entscheidend sind dabei die Kosten der Fehlklassifizierung K_{g_1,g_2} des Kredites bzw. Kreditnehmers in Gruppe g_1 statt richtiger Weise in Gruppe g_2:[1]

$$\text{(IV.7)} \quad E_{g_1}(K) = \sum_{g_2=1}^{G} K_{g_1,g_2} \cdot p(g_2|D_i) \qquad \text{mit } g = [1,2,\ldots,G]$$

In diesem Fall ist eine Einordnung in die Gruppe vorzunehmen, bei der der Erwartungswert der Fehlklassifizierungskosten minimal ist.

Abschließend ist anzumerken, dass eine Trennung mit linearen Diskriminanzfunktionen nicht immer zu einer annehmbaren Trennschärfe führt.[2] Ferner ist daran zu erinnern, dass sich nur metrisch skalierte, d.h. quantitative Faktoren berücksichtigen lassen; qualitative Faktoren können aber ebenso einen signifikanten Einfluss auf die Kreditwürdigkeit eines Kunden haben.[3]

IV.2.2 Probit- und Logit-Analysen

Im Gegensatz zu den Multivariaten Diskriminanzanalysen (MDA) können Probit- und Logit-Analysen nicht nur quantitative Faktoren, sondern zusätzlich auch nominal skalierbare qualitative Faktoren berücksichtigen.[4] Dazu wird in Analogie zur Diskriminanzfunktion der MDA die intermediäre Variable[5] $V_{intermed}$ als Linearkombination der mit den Koeffizienten a_j gewichteten

---

[1] Bei den Kosten der Fehlklassifizierung kann es sich einerseits um den entgangenen Gewinn eines fälschlicher Weise abgelehnten Kredites und andererseits um die Ausfallhöhe eines fälschlicher Weise bewilligten Kredites handeln. Vgl. hierzu bspw. auch H. BULLING [Diskriminanzanalyse 1976], S. 83-101 und T. BRETZGER [Risikofrüherkennung 1991], S. 124-141.

[2] Zu einem Überblick über empirische Überprüfungen der Praxistauglichkeit der Multivariaten Diskriminanzanalyse (MDA) s. E. ALTMAN U. P. NARAYANAN [Failure Classification 1997]. Zur Verwendung der MDA zum Zweck der Kreditwürdigkeitsprüfung und zu deren Effizienz in diesem Zusammenhang sowie zu Verfahren zur Messung der Güte von Diskriminanzfunktionen sei auf M. STRUBE [Kreditwürdigkeitsprüfung 1998], insbesonder S. 10-23 und 70-72 verwiesen.

[3] Transformationen qualitativer Variablen auf höhere Skalenniveaus sind jedoch grundsätzlich möglich. S. dazu z.B. S. BLOCHWITZ U. J. EIGERMANN [Diskriminanzanalyse 2000], S. 60 f.

[4] Vgl. K. SPREMANN [Vermögensverwaltung 1999], S. 328-340. In diesem Fall ist im Gegensatz zu der MDA eine Transformation der ordinal skalierten Faktoren auf ein niedrigeres Skalenniveau erforderlich. Trotz des damit verbundenen Informationsverlustes können kategorisierte Faktoren auch zu Verbesserungen der Kategorisierungsgüte führen. S. hierzu S. BLOCHWITZ U. J. EIGERMANN [Diskriminanzanalyse 2000], S. 69.

[5] Diese Variable wird auch als latente Variable bezeichnet; sie ist nicht beobachtbar.

(qualitativen und quantitativen) Faktoren F_j gebildet. Formal wird deshalb Folgendes geschrieben:[1]

$$\text{(IV.8)} \quad V_{intermed} = a_0 + \sum_j \left(a_j \cdot F_j\right) + \varepsilon_j$$

Die intermediäre Variable $V_{intermed}$ ist gleichzeitig unabhängige Variable der Funktion F. $F\left(V_{intermed}\right)$ entspricht dabei der Wahrscheinlichkeit $p_i\left(V_{0/1}=1\right)$, dass die Binärvariable $V_{0/1}$ für den Kredit respektive Kreditnehmer i den Wert „1“ annimmt, der in diesem Zusammenhang den Zustand „Kreditforderung ausgefallen“ bzw. „Kreditnehmer ausgefallen“ kennzeichnet.[2]

Demzufolge steuert der Abgleich der intermediären Variable $V_{intermed,i}$ dieses Kredites respektive Kreditnehmers i mit einem Schwellenwert $S_{intermed}$, welchen Wert die Binärvariable $V_{0/1}$ annimmt. Algebraisch gilt entsprechend Folgendes:[3]

$$\text{(IV.9)} \quad V_{0/1} = \begin{cases} 0 & wenn \quad V_{intermed} \le S_{intermed} \\ 1 & sonst \end{cases} \text{ und}$$

$$\text{(IV.10)} \quad \begin{aligned} p_i\left(V_{0/1}=1 \middle| F_{i,j}\right) &= p\left(\frac{V_{intermed,i} > S_{intermed}}{StA}\right) = F\left(\frac{V_{intermed,i} > S_{intermed}}{StA}\right) \\ p_i\left(V_{0/1}=0 \middle| F_{i,j}\right) &= p\left(\frac{V_{intermed,i} \le S_{intermed}}{StA}\right) = F\left(\frac{V_{intermed,i} \le S_{intermed}}{StA}\right) \end{aligned}$$

Dieses Verfahren wird nunmehr als Probit-Analyse bezeichnet, falls für die Funktion F eine Standardnormalverteilung gewählt wurde; dahingegen handelt es sich um eine Logit-Analyse, falls die Funktion F als logistischer Funktionstyp ausgestaltet wurde.[4]

In der Praxis wird der Schwellenwert bestimmt, indem die intermediäre Variable für geeignete ausgefallene und nicht ausgefallene Kredite respektive Kreditnehmer einer empirischen Daten-

---

[1] Der Störterm ε kann in der Praxis nicht nur zufällige Messungenauigkeiten abbilden, sondern auch Einflüsse nicht eigens berücksichtigter Faktoren beinhalten; nichtsdestotrotz wird davon ausgegangen, der Störterm sei unabhängig und identisch normalverteilt. Vgl. V. BOROOAH [Logit and Probit 2002], S. 8.

[2] Entsprechend repräsentiert der Wert „0“ der Binärvariablen $V_{0/1}$ den Zustand „Kreditforderung nicht ausgefallen“.

[3] Aus dieser Gleichung lassen sich auch in marginaler Betrachtungsweise die Effekte einer Veränderung einzelner Faktoren $F_{i,j}$ auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $p_i\left(V_{0/1}=1 \middle| F_{i,j}\right)$ bestimmen: $\frac{\partial p_i\left(V_{0/1}=1 \middle| F_{i,j}\right)}{\partial F_{i,j}}$ bzw. $\frac{\partial p_i\left(V_{0/1}=0 \middle| F_{i,j}\right)}{\partial F_{i,j}}$. Vgl. U. KAISER U. A. SZCZESNY [Kreditrisikomessung 2001], S. 162-165.

[4] Vgl. D. URBAN [Logit-Analyse 1993], S. 102-105.

basis berechnet wird.[1] Die Koeffizienten der Gleichung (IV.8) sind infolgedessen – z.B. unter Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode[2] – so zu schätzen, dass das Intervall, in dem die Werte für die intermediäre Variable der nicht ausgefallenen Kredite bzw. Kreditnehmer der empirischen Datenbasis bewegen, sich nicht oder nur minimal mit dem entsprechenden Intervall für die ausgefallenen Kredite bzw. Kreditnehmer überschneidet.[3]

Auf diesem Weg liegt demzufolge sowohl ein Kriterium für die grundsätzliche Entscheidung über die Kreditbewilligung als auch eine Ausfallwahrscheinlichkeit als Grundlage für eine risikoabhängige Konditionierung vor.[4]

Bei Bedarf können auch mehr als zwei Zustände abgebildet werden, indem zwei oder mehr Trennwerte definiert werden: So ist es z.B. möglich, im Ausfallbereich zusätzlich nach teilweise und vollständig ausgefallenen Krediten zu differenzieren. Als Erweiterung von Gleichung (D.9) ist dann Folgendes zu schreiben:[5]

$$\text{(IV.11)}\quad V_{0/1/\ldots/n} = \begin{cases} 0 & \textit{wenn} \quad V_{intermed} \leq S_{intermed,1} \\ 1 & \textit{wenn} \quad S_{intermed,1} < V_{intermed} \leq S_{intermed,2} \\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots \\ n & \textit{sonst} \quad S_{intermed,n-1} < V_{intermed} \end{cases}$$

Es wird nunmehr von sogen. Geordneten Probit- oder Logit-Modellen gesprochen.[6]

Eine weitere Möglichkeit, zusätzliche Erkenntnisse aus den Probit- und Logit-Analysen zu gewinnen, ist, Übergangs- oder Überlebenswahrscheinlichkeiten zu ermitteln: Mit Markov-Ketten werden Übergangswahrscheinlichkeiten für jeden möglichen Ursprungszustand – allerdings undifferenziert nach dem Einzelfall – auf jeden zukünftig möglichen Zustand bestimmt.[7] Der Kaplan-Meier-Schätzer hingegen gibt die Wahrscheinlichkeit an, nach Verstreichen einer bestimm-

---

[1] Vgl. hierzu V. BOROOAH [Logit and Probit 2002], insbesondere S. 7-11 und 24 f.

[2] Es sei hierzu bspw. auf S. ELIASON [Maximum Likelihood Estimation 1993] verwiesen. Alternativ kann die Methode der kleinsten Quadrate respektive eine Lineare Regression eingesetzt werden. Einen Überblick sowie weitere Literaturverweise hierzu gibt H. HARTER [Least Squares 1974], S. 147-174 und 235-264 und H. HARTER [Least Squares 1975], S. 1-44, 125-190 und 269-278 bzw. P. PFLAUMER, B. HEINE U. J. HARTUNG [Induktive Statistik 2001], S. 170-181.

[3] Zur Spezifikation sowie zum Test und zu Gütemaßen der Spezifikation der Probit- und Logit-Analysemodelle s. U. KAISER U. A. SZCZESNY [Kreditrisikomessung 2001], S. 170-178.

[4] Einen Überblick über die Praxistauglichkeit der Probit- und Logit-Analysemodelle geben E. ALTMAN U. A. SAUNDERS [Credit risk 1998], S. 1723 f.

[5] Entsprechend sind auch die Gleichungen () umzuformulieren; auch die marginalen Untersuchungsansätze ergeben sich durch eine entsprechende Erweiterung. Zu multinomialen Logit-Modellen vgl. auch bspw. J. CRAMER [Logit Models 2003], S. 104-125.

[6] Vgl. D. URBAN [Logit-Analyse 1993], S. 150-154.

[7] Vgl. J. D. HAMILTON [Time Series Analysis 1994], S. 678-685.

ten Mindestlaufzeit des Kreditvertrages im nicht ausgefallenen Zustand auch bis zum Ende der Kreditlaufzeit nicht auszufallen.[1]

IV.2.3 Künstliche Neuronale Netze (KNN)

Die wissensbasierten Künstlichen Neuronalen Netze (KNN)[2] stellen den mit Abstand flexibelsten Ansatz unter den quantitativen Verfahren zur Klassifikation des Kreditrisikos dar.

So sind die in den vorangegangenen Gliederungsunterpunkten vorgestellten quantitativen Verfahren allenfalls eingeschränkt in der Lage, gleichermaßen quantitative und qualitative Faktoren zu berücksichtigen oder nach mehr als zwei Klassifikationsgruppen zu differenzieren, und keines dieser Verfahren lässt zum Zwecke einer präziseren Abgrenzung der Klassifikationsgruppen nichtlineare Trennfunktionen zu.

Im Gegensatz dazu können die KNN konzeptionsbedingt sowohl beliebige Sätze quantitativer und qualitativer Faktoren als Modellinput aufnehmen als auch auf die Erzeugung beliebig definierter quantitativer oder qualitativer Kennzahlentypen als Modelloutput programmiert werden; darüber hinaus können sie prinzipiell jede beliebige Struktur zwischen dem Modellinput und dem Modelloutput erkennen und reproduzieren.[3]

Nach dem Vorbild biologischer neuronaler Netze bilden die KNN die einzelnen Modellparameter in Neuronen ab. Ein einzelnes Neuron übernimmt dabei jeweils drei Funktionen: Nachdem die Informationen OP_i respektive OP_{h_n} als Input aus dem modellexogenen Bereich bzw. von einem anderen Neuron eingelaufen sind, werden sie in einem ersten Schritt durch eine Gewichtung w_{ih_n} bzw. $w_{h_nh_n}$ bzw. w_{h_no}, die der Datenselektion in einem Verfahren zur Kreditwürdigkeitsprüfung durch einen Menschen entspricht, gefiltert.[4] Anschließend werden die einzelnen Inputwerte überlagert, indem der sogen. Nettoinput NI_i als gewichtete Summe gebildet wird. In einem dritten Schritt geht dieser Nettoinput in eine sigmoide Funktion – d.h. z.B. eine logistische Funktion oder eine Tangens Hyperbolicus Funktion – ein, die in diesem Zusammenhang als sogen. Aktivierungsfunktion bezeichnet wird und der Informationsbewertung in einem Verfahren zur Kreditwürdigkeitsprüfung durch einen Menschen entspricht.[5] Deren Ergebnis OP_{h_n} kann als binäre Steuerungsvariable definiert sein, die festlegt, ob von dem Neuron ein Impuls ausgeht;

---

[1] Vgl. E. KAPLAN U. P. MEIER [Nonparametric estimation 1958], S. 457-481 und M. HOLLANDER U. D. WOLFE [Nonparametric Statistical Methods 1999], S. 535-550 und 560 f.

[2] Eine detailliertere Einführung und einen Überblick über den Hintergrund und die Grundidee Künstlicher Neuronaler Netze liefern bspw. H. RITTER, T. MARTINETZ U. K. SCHULTEN [Neuronale Netze 1994] und L. PERSONNAZ U. G. DREYFUS [Neural networks 1989].

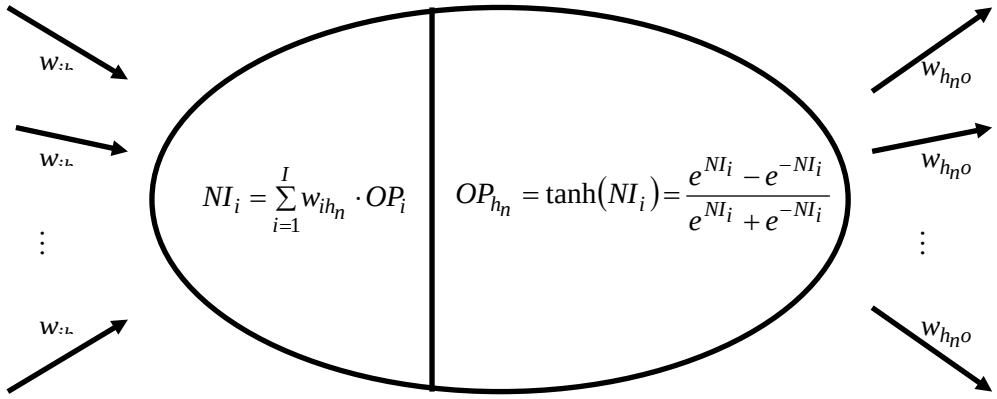
[3] Vgl. S. WILHELM [Kapitalmarktmodelle 2001], S. 303-305.

[4] i indiziert die Neuronen der Input-Schicht, h_n die Neuronen der verdeckten Zwischenschicht und o die Neuronen der Output-Schicht.

[5] Vgl. S. WILHELM [Kapitalmarktmodelle 2001], S. 458 f.

alternativ kann mit einer als reellen Zahl $OP_{h_n} \in \mathbb{R}$ definierten Ergebnisvariablen die Intensität des Impulses bestimmt werden.[1]

In der folgenden Abbildung wird der erläuterte schematische Aufbau eines Neurons anhand eines Beispiels verdeutlicht:



w_{ih} Gewicht zwischen den Schichten i und h

NI_i Nettoinput der Inputschicht i

OP_{h_n} (Brutto-) Input für die n-te verdeckte Schicht h / Output der vorgelagerten Schicht

Abbildung IV.4: Der Aufbau eines Neurons mit einer Input- und einer Transferfunktion

(In Anlehnung an W. KINNEBROCK [Neuronale Netze 1994], S. 15-19)

Diese allgemeine Funktionsweise gilt grundsätzlich für alle Neuronen, mit denen ein KNN aufgespannt wird. Die spezifische Funktion einzelner Neuronen lässt sich jedoch nur in Abhängigkeit von dem Aufbau eines KNN bestimmen.

Der Aufbau eines KNN wird in Abbildung IV.5 graphisch in allgemeiner Weise wiedergegeben.[2] Wie an dieser Abbildung zu erkennen ist, kann ein KNN über eine beliebige Anzahl von verdeckten Zwischenschichten verfügen.[3] Ferner können unterschiedliche Formen von Beziehungen zwischen den Neuronen auftreten: Der Grundfall ist die Verknüpfung von Neuronen zweier aufeinander folgender Schichten in Richtung der Outputschicht. Darüber hinaus sind aber

[1] In dem ersten Fall handelt es sich bei dem Output um eine binäre Variable, deren Ausprägungen über den Abgleich des Funktionswertes der Aktivierungsfunktion mit einem Schwellenwert angesteuert wird. In dem zweiten Fall kann die Aktivierungsfunktion derart gestaltet werden, dass ihr Funktionswert direkt den Output des Neurons darstellt.

[2] Grundsätzlich sind alle Neuronen zweier auf einander folgender Schichten miteinander verbunden – auch wenn später in der Trainingsphase festgestellt werden kann, dass zwischen einzelnen Neuronen kein Zusammenhang besteht. In der Abbildung sind jedoch aus Gründen der Übersichtlichkeit nur einzelne Verbindungen zwischen Neuronen dargestellt.

[3] Neben der Auswahl der Faktoren für die Inputschicht und der Definition der Outputschicht ist auch die Zahl der Neuronen und der Neuronenschichten im Vorwege festzulegen. Zu Faustregeln s. R. VAN EYDEN [Neural Networks 1996], S. 205.

auch Verknüpfungen denkbar, die eine oder mehrere Schichten überspringen, die in entgegengesetzter Richtung verlaufen oder die Rückkopplungen in dasselbe Neuron darstellen.[1]

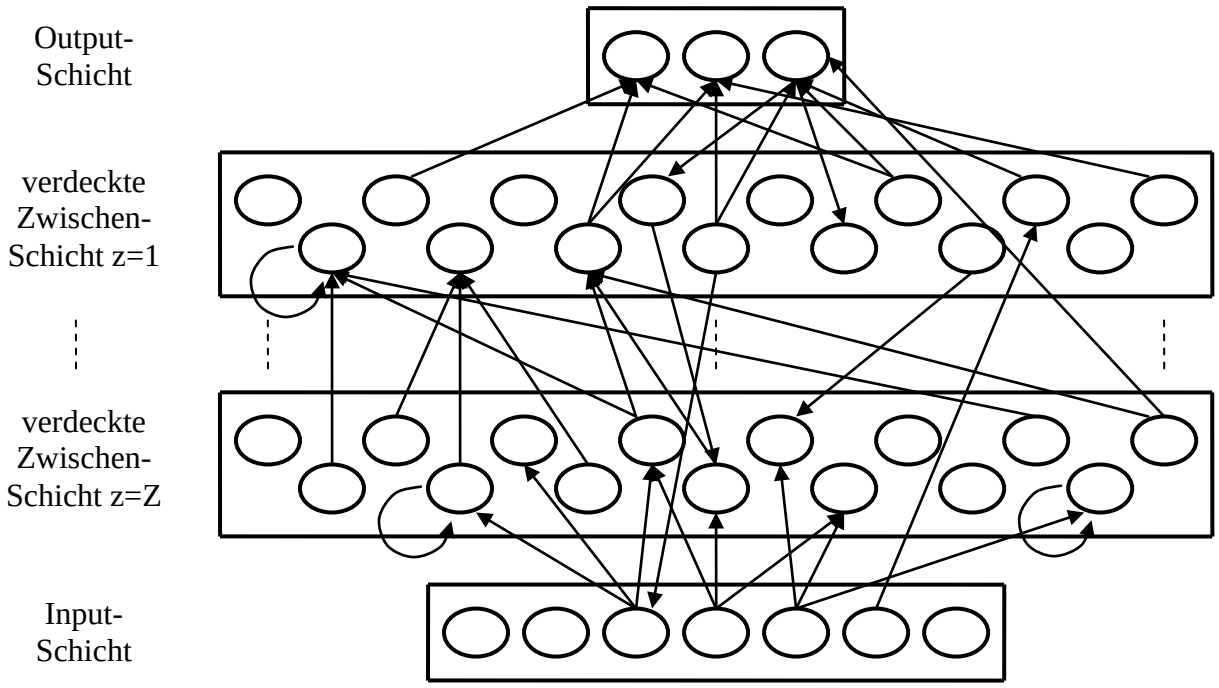


Abbildung IV.5: Der strukturelle Aufbau eines Künstlichen Neuronalen Netzes

Anhand dieser strukturellen Eigenschaften – ergänzt um den Typ des dem jeweiligen KNN zugeordneten Lernalgorithmusses – lassen sich KNN kategorisieren; einen Überblick über Typen von KNN gibt die folgende Abbildung:[2]

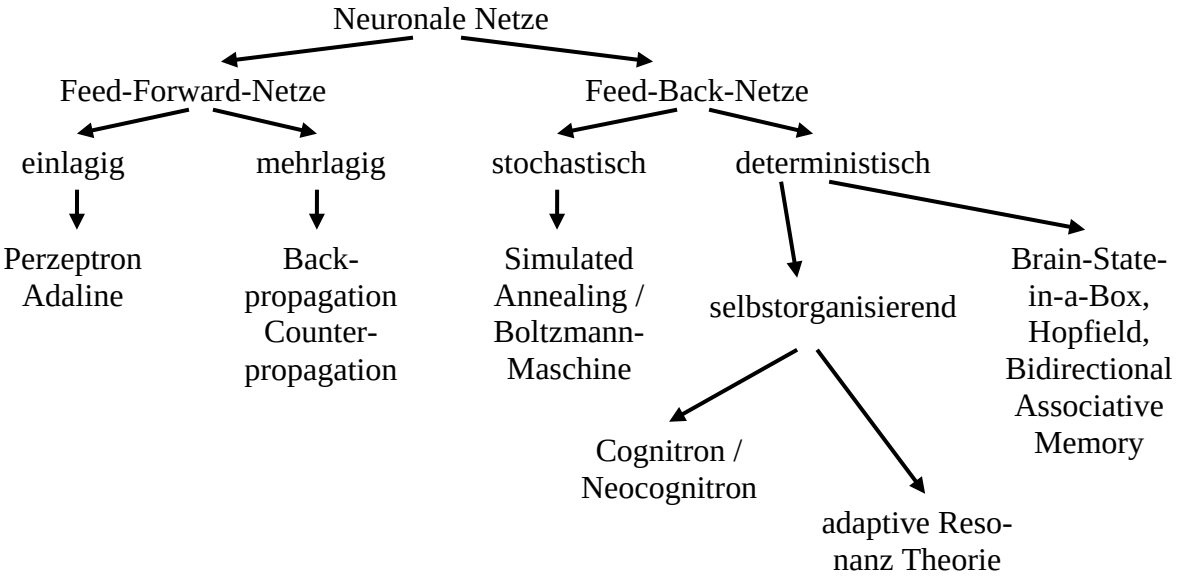


Abbildung IV.6: Eine Klassifizierung von Typen Künstlicher Neuronaler Netze anhand des Informationsflusses und des Lernalgorithmusses

(In Anlehnung an K. FÜSER [Neuronale Netze 1995], S. 40)

[1] Vgl. hierzu S. BAUN [Neuronale Netze 1994], S. 140-142.
[2] Die Übersicht erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. S. hierzu z.B. auch M. SCHUMANN [Neuronale Netze 1991], S. 27.

Im Zusammenhang mit Kreditrisiken können KNN eingesetzt werden, um eine Kreditwürdigkeitsprüfung vorzunehmen; für solche Klassifizierungsaufgaben sind z.B. Back Propagation Netzwerke zu empfehlen. Um direkt auf eine bestimmte Kennzahl, wie z.B. die Ausfallwahrscheinlichkeit, abzustellen, bieten sich z.B. Counter Propagation Netzwerke an.[1]

Bevor ein konstruiertes KNN einsatzfähig ist, müssen in einem letzten Schritt noch die Verbindungsgewichte w_{ih_n} bzw. $w_{h_nh_n}$ bzw. w_{h_no} mit einem Lernalgorithmus bestimmt werden. Zu diesem Zweck sind zunächst empirische Datensätze zu erheben, vorzuverarbeiten und in Teilmengen für die einzelnen Schritte des Lernprozesses einzuteilen.

Einen Überblick über diese Aufgaben gibt die folgende Abbildung:[2]

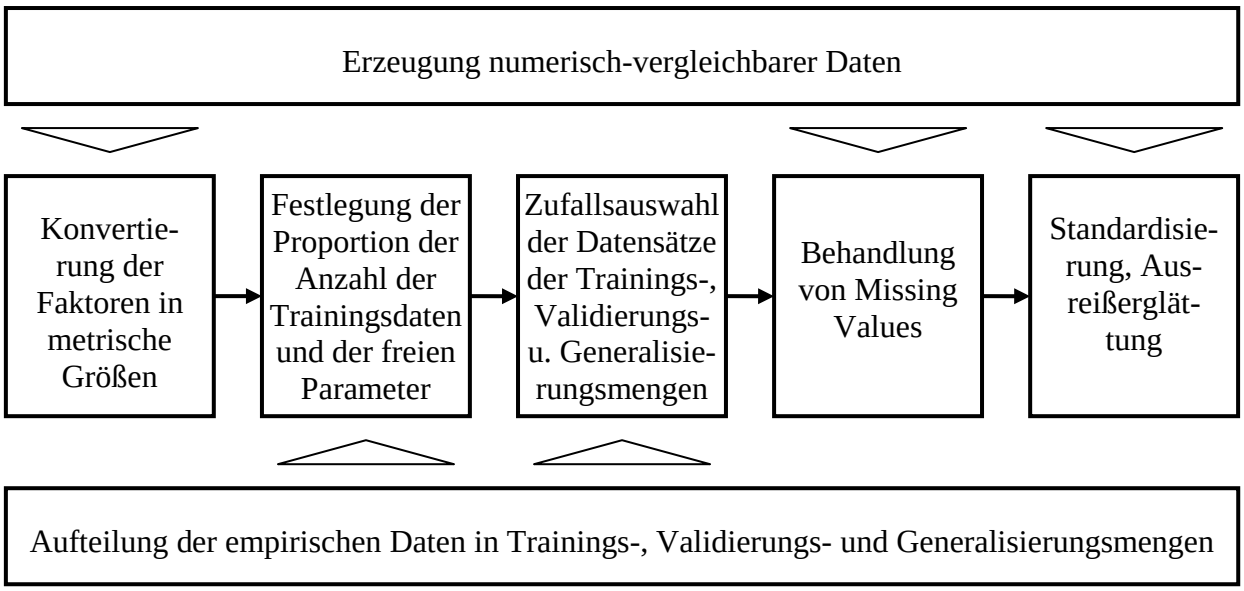


Abbildung IV.7: Die Teilaufgaben der Datenvorverarbeitung zur Bestimmung eines Künstlichen Neuronalen Netzes

(In Anlehnung an A. SCHMIDT-VON RHEIN U. H. REHKUGLER [Kreditwürdigkeitsprüfung 1994], S. 507)

Hervorzuheben ist dabei die Festlegung der Proportion zwischen dem Umfang der Trainingsdaten und der Anzahl der freien Parameter: Steht nämlich der Anzahl der verdeckten Schichten und der Anzahl der in diesen Schichten enthaltenen Neuronen nicht eine adäquate Trainingsdaten-

[1] Einen anwendungs- und einsatzorientierten Überblick über KNN-Typen gibt R. VAN EYDEN [Neural Networks 1996], S. 65.

[2] Zu detaillierteren Ausführungen zu den einzelnen Schritten der Datenvorverarbeitung werden folgende Literaturverweise gegeben: Zu der Konvertierung der Faktoren in metrische Größen s. z.B. H. ZIMMERMANN [Neuronale Netze 1994], S. 20-28, insbesondere 25, zu der Zufallsauswahl der Datensätze der Trainings-, Validierungs- und Generalisierungsmengen, zu der Behandlung von Missing Values und zu der Standardisierung und Ausreißerglättung z.B. A. SCHMIDT-VON RHEIN U. H. REHKUGLER [Kreditwürdigkeitsprüfung 1994], S. 507-512 sowie zu der Aufteilung der empirischen Daten in Trainings-, Validierungs- und Generalisierungsmengen z.B. S. BAUN [Neuronale Netze 1994], S. 151 f. und 178 f.

menge gegenüber, besteht die Gefahr einer sogen. Überanpassung des KNN, d.h. des Auswendiglernens der Trainingsdaten durch das KNN.[1]

Der Lernprozess wird dann initialisiert, indem für die Verbindungsgewichte zunächst willkürliche Startwerte eingesetzt und die empirischen Trainingsdatensätze zunächst mit diesem KNN verarbeitet werden.[2] Aus dem Abgleich der durch das KNN generierten Ergebnisse mit den Sollergebnissen des empirischen Datensatzes wird eine Anpassung der Verbindungsgewichte abgeleitet.[3] Am Beispiel eines Back Propagation Algorithmus, der für Feed Forward Netze zum Einsatz kommen kann, sei ein solcher Lernalgorithmus demonstriert: Der Back Propagation Algorithmus geht dabei in der der Informationsverarbeitung des KNN entgegengesetzten Richtung vor und stellt dabei die folgende Fehlerfunktion F_{Fehler} auf:[4]

$$(IV.12)\quad F_{Fehler} = 0{,}5 \cdot \sum_{o=1}^{O} \left[OP_{Vorgabe} - f\left[\sum_{h_n=1}^{H_n} w_{h_n o} \cdot f\left(\sum_{i=1}^{I} w_{ih_n} \cdot OP_i \right) \right] \right]^2 \rightarrow \min_{W_{IH_n} W_{H_n O}}!$$

Diese Fehlerfunktion wird anschließend minimiert, indem ihre partiellen Ableitungen nach allen Verbindungsgewichten gebildet werden; da diese Verbindungsgewichte in diesem Zusammenhang als Gradienten *grad* zu bezeichnen sind, wird auch von dem sogen. Gradientenabstiegsverfahren gesprochen.[5] Negative Gradienten führen zur Anpassung der entsprechenden Verbindungsgewichte[6] und der Prozess wird iterativ solange fortgesetzt, bis das folgende Optimalitätskriterium erfüllt ist:[7]

$$(IV.13)\quad grad = \nabla F_{Fehler}\left(W_{IH_n}, W_{H_n O}\right) = \left(\frac{\partial F_{Fehler}}{\partial w_{11}}, \cdots, \frac{\partial F_{Fehler}}{\partial w_{IH_n}}, \frac{\partial F_{Fehler}}{\partial w_{11}}, \cdots, \frac{\partial F_{Fehler}}{\partial w_{H_n O}} \right) = 0$$

---

[1] Zu dem Zielkonflikt zwischen größtmöglicher Approximationsfähigkeit durch eine steigende Zahl an Freiheitsgraden auf der einen und bestmöglicher Generalisierungseigenschaft des KNN auf der anderen Seite vgl. auch A.-P. REFENES [Neural Networks 1995], S 15 f. und H.-G. WITTKEMPER [Neuronale Netze 1994], S. 40. Für einen Überblick über Faustregeln sei nochmals auf R. VAN EYDEN [Neural Networks 1996], S. 205 verwiesen.

[2] Vgl. J. SOMMER [Künstliche neuronale Netze 1999], S. 29 f. In bestimmten Fällen ist die Wahl der Startgewichte eingeschränkt. Vgl. A.-P. REFENES [Neural Networks 1995], S 29 f.

[3] Lernalgorithmen werden nach dem sogen. unüberwachten Lernen, dem bestärkenden Lernen und dem überwachten Lernen unterschieden. S. dazu A. ZELL [Neuronale Netze 1994], S. 93-96. Für ökonomische Problemstellungen sind jedoch i.d.R. nur überwachte Lernstrategien relevant. Vgl. W. KINNEBROCK [Neuronale Netze 1994], S. 30-32. Zu weiteren Lernalgorithmen neben dem im folgenden angeführten Beispiel eines Back Propagation Algorithmus s. z.B. K. FÜSER [Neuronale Netze 1995], S. 46-111.

[4] W_{IH_n} und $W_{H_n O}$ bezeichnen die Matrizen der Verbindungsgewichte w_{ih_n} bzw. $w_{h_n o}$ zwischen der Input- und der verdeckten Zwischenschicht bzw. zwischen der verdeckten Zwischen- und der Outputschicht. Vgl. hierzu auch J. SOMMER [Künstliche neuronale Netze 1999], S. 38.

[5] Vgl. H. RITTER, T. MARTINETZ U. K. SCHULTEN [Neuronale Netze 1994], S. 43 f.

[6] Vgl. hierzu D. NAUCK, F. KLAWONN U. R. KRUSE [Neuronale Netze 1996], S. 28-33.

[7] Vgl. J. SOMMER [Künstliche neuronale Netze 1999], S. 38. Es ist jedoch unmittelbar einsichtig, dass dieses Verfahren nur das Erreichen eines lokalen, nicht aber des globalen Minimums sicherstellen kann. Entsprechende Erweiterungen des Lernalgorithmus werden bei H. ZIMMERMANN [Neuronale Netze 1994], S. 36-52 aufgezeigt.

Im Rahmen dieses Lernprozesses ist in regelmäßigen Abständen mithilfe der Validierungsdatenmenge sicherzustellen, dass sich keine Überanpassung einstellt.[1] Während die Ergebnisse der Validierungsuntersuchungen in den Lernprozess des KNN eingehen,[2] wird mit der Generalisierungsmenge, die vom Ende der zur Verfügung stehenden empirischen Datenzeitreihen abgetrennt wurde und damit dem KNN unbekannt ist, zum Abschluss des Lernprozesses ein Test der Klassifizierungs- und Prognosefähigkeit des KNN unter realen Bedingungen durchgeführt.[3]

Nach dem Abschluss des Lernprozesses mit dem erfolgreichen Bestehen des Generalisierungstests ist das KNN einsatzfähig, um mit aktuellen Daten befüllt werden zu können. Bevor diese Ausführungen zu KNN mit einer kritischen Würdigung abgeschlossen werden, fasst die folgende Abbildung die erforderlichen Schritte zu einer praktischen Umsetzung eines KNNs zusammen:

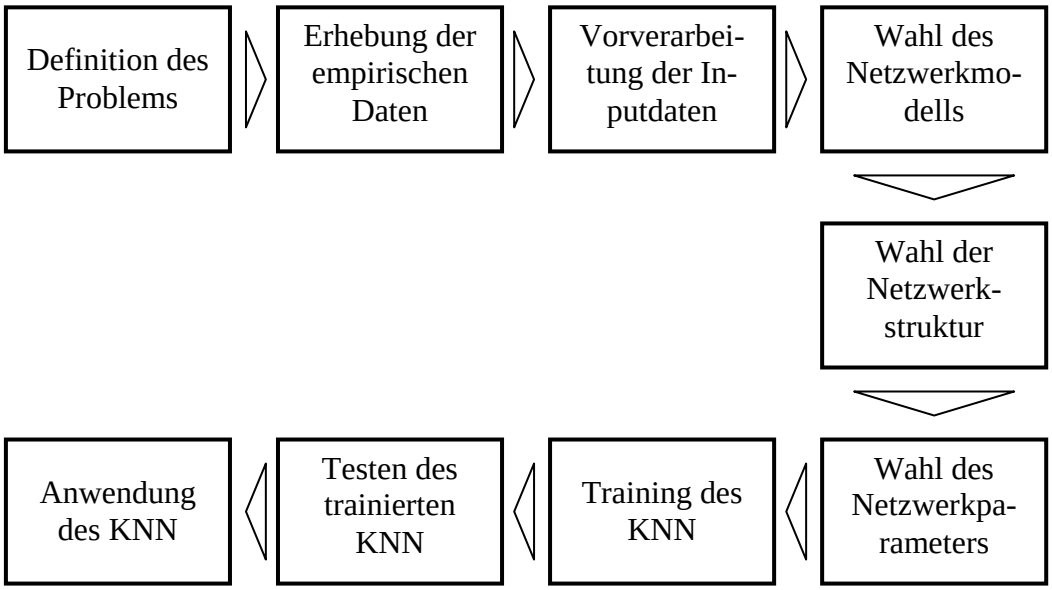


Abbildung IV.8: Die erforderlichen Schritte der praktischen Umsetzung eines Künstlichen Neuronalen Netzes

(In Anlehnung an K. FÜSER [Neuronale Netze 1995], S. 42)

Hervorzuheben ist, dass KNN es ermöglichen, Problemstellungen mit hochdimensionalen, d.h. nichtlinearen Zusammenhängen der erklärenden Variablen mit einem Verfahren zu lösen, das menschlichen Lern- und Problemlösungsfähigkeiten nachempfunden ist. Dabei können zudem sowohl die Variablen selbst als auch die Wechselwirkungen dieser Variablen untereinander im Zeitablauf veränderlich sein.[4] Ebenso bemerkenswert ist die Fähigkeit der KNN, die relevanten Variablen und deren Beziehungen untereinander modellendogen zu erkennen.[5]

---

[1] S. hierzu auch D. BAESTAENS, W. VAN DEN BERGH U. D. WOOD [Neural Network 1994], S. 20.

[2] In diesem Zusammenhang sind die sogen. Stopped Training-Methoden zu nennen. Vgl. hierzu wie auch zu weiteren ergänzenden Verfahren zur Optimierung des Lernprozesses H. ZIMMERMANN [Neuronale Netze 1994], S. 60-77 und A.-P. REFENES [Network Design 1995], S. 33-48.

[3] Prämisse für diese Tests ist Strukturinvarianz. Vgl. zu dieser Annahme H. ZIMMERMANN [Neuronale Netze 1994], S. 60.

[4] Vgl. S. BAUN [Neuronale Netze 1994], S. 134-136.

[5] Vgl. J. SOMMER [Künstliche neuronale Netze 1999], S. 16-19.

Dahingegen können auch KNN keine zufällig auftretenden Einflüsse abbilden.[1] Als negativ bleibt ferner zu vermerken, dass das Lösungsverfahren eines KNN den Charakter einer „black box“ aufweist, d.h. das Zustandekommen der Ergebnisse nicht oder nur bedingt und unter sehr hohem Aufwand nachzuvollziehen ist.[2] Der Einsatz eines KNN ist allerdings ohnehin in jedem Fall sehr anspruchsvoll: Ein sehr hoher Aufwand ist mit der Suche nach den geeigneten Netztyp verbunden, da hier in der Praxis ein geeigneter Ansatz im „trial-and-error“-Verfahren herauszuarbeiten ist, es besteht der Bedarf nach einer quantitativ umfangreichen und qualitativ hochwertigen Datenbasis und die sehr hohe Komplexität des Modells führt zu einer sehr hohen Belastung der Rechen- und Rechnerkapazitäten.[3]

Abschließend bleibt darauf hinzuweisen, dass empirischen Studien zufolge KNN für Kreditrisikountersuchungen – insbesondere Kreditwürdigkeitsprüfungen – grundsätzlich geeignet sind.[4]

IV.3 Marktpreisorientierte Ableitung der Ausfallwahrscheinlichkeit

Theoretische Modelle für die Geld- und Kapitalmärkte – wie z.B. das Capital Asset Pricing Model (CAPM), dessen Beta-Maß bereits in Anhang III.1 vorgestellt wurde – stellen darauf ab, adäquate Risikoprämien für die emittierten und gehandelten Wertpapiere zu bestimmen. Diese Risikoprämien enthalten zwangsläufig die Einschätzung des Marktes als gebündeltes Spiegelbild seiner Teilnehmer über die Wahrscheinlichkeit der Insolvenz und damit des Ausfalls der Emittenten. Das Ziel marktpreisorientierter Ansätze zur Ableitung der Ausfallwahrscheinlichkeit ist es nunmehr, die Einschätzung des Marktes bzgl. der Ausfallwahrscheinlichkeit aus den Marktpreisen zu extrahieren.

Am Beispiel des erwähnten CAPM kann über den folgenden Zusammenhang die Risikoprämie $E(r_i) - r_f$ wie folgt berechnet werden:[5]

(IV.14) $E(r_i) - r_f = \left(E(r_M) - r_f\right) \cdot \beta$

Die Ausfallwahrscheinlichkeit lässt sich nunmehr rekursiv ermitteln, indem die Risikoprämie $r_{Pr(A,W),t}$ in Gleichung (3.2) aus Abbildung 3.4 im ersten Teil unter Vernachlässigung der wert-

---

[1] Vgl. T. PODDIG [Künstliche Intelligenz 1992], S. 328-331.
[2] Vgl. A. SAUNDERS U. L. ALLEN [Credit Risk 2002], S. 13.
[3] Vgl. K. FÜSER [Neuronale Netze 1995], S. 3-6.
[4] Beispielhaft sei auf M. SCHUMANN , T. LOHRBACH U. P. BÄHRS [Kreditwürdigkeitsprognose 1992], H. REHKUGLER U. A. SCHMIDT-VON RHEIN [Kreditwürdigkeitsanaylse 1993] und A. SCHMIDT-VON RHEIN U. H. REHKUGLER [Kreditwürdigkeitsprüfung 1994] verwiesen.
[5] $E(r_i)$ bezeichnet den Erwartungswert für die Rendite r_i des Titels i, $E(r_M)$ den Erwartungswert für die Rendite r_M des Marktportfolios und r_f den risikolosen Zinssatz.
Dieser Zusammenhang ist unmittelbar aus Gleichung (III.5) abzuleiten. Es wird im Übrigen auch auf den entsprechenden Gliederungsunterpunkt des Anhangs III sowie die dort angegebenen Quellen verwiesen.

verlustinduzierten Risikoprämie $r_{Pr(W),t=0}$ eingesetzt und anschließend entsprechend nach der Ausfallwahrscheinlichkeit $p(A)_{t=0}$ aufgelöst wird:[1]

$$(IV.15) \quad p(A)_{t=0} = \frac{r_{Pr(A,W),t}}{r_{Pr(A,W),t} + AQ_{t=1} + r_f}$$

Dieses Verfahren hat mehrere Vorzüge: Die Risikoprämie und die Ausfallwahrscheinlichkeit werden einzelkunden- respektive einzelkreditindividuell bestimmt, gleichzeitig ist das Verfahren als objektiv und transparent zu bezeichnen und es zeichnet sich durch die in den Kursen verarbeiteten Informationen nicht durch eine rein vergangenheitsorientierte, sondern auch durch eine zukunftsorientierte Betrachtungsweise aus.[2]

Als nicht praxisgerecht ist hingegen die in diesem Zusammenhang weiterhin erforderliche Annahme vollkommener und vollständiger Geld- und Kapitalmärkte zu vermerken; auch die implizit übernommene Prämisse der Fungibilität trifft auf Kredite allenfalls eingeschränkt zu.[3] Schließlich ist einzuwenden, dass – selbst wenn von den zuvor angeführten Einschränkungen der Aussagekraft abstrahiert werden kann – die Rückzahlungsverteilung von Krediten in keinem Fall einer Normalverteilung entspricht.[4]

Neben dem CAPM zählt auch das optionspreistheoretische Modell von Black & Scholes zu den marktpreisorientierten Ansätzen, auf das im Anhang VII eingegangen werden wird; optionspreistheoretische Verfahren zur Bewertung von Kreditrisiken ermöglichen die Berechnung sowohl der adäquaten Risikoprämie als auch der Rückzahlungsquote im Insolvenzfall und der Wahrscheinlichkeit dieses Insolvenzfalls.[5]

---

[1] Vorausgesetzt wird, dass der risikolose Zinssatz r_f und die Ausfallquote $AQ_{t=1}$ bekannt sind.

[2] Vgl. zu diesen Punkten S. KIRMßE [Ausfallrisiken 1996], S. 73-75.

[3] Vgl. B. ROLFES [Gesamtbanksteuerung 1999], S. 337. Es wurde bereits im Rahmen des Unterabschnitts 3.1.1 im ertsen Teil darauf hingewiesen, dass in der Praxis derzeit Kredite nur durch die Verbriefung eines Kreditportfolios Fungibilität erlangen können. Mit dem Projekt RMX Creparts der Risk Management Exchange AG wird jedoch beabsichtigt, in Zukunft den Handel einzelner Kredite zu ermöglichen. Vgl. J. FLESCH [RMX 2006], S. B2.

[4] Vgl. F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 17-21.

[5] Für einen Überblick über die unterschiedlichen marktpreisorientierten Verfahren wird stattdessen auf L. JURGEIT [Optionen 1989], S. 29-47 verwiesen.

Anhang V: Erweiternde und ergänzende Modifikationen von CreditRisk+

Mit erweiternden und ergänzenden Modifikationen gehen zwangsläufig neue Annahmen einher. In Bezug auf die im Rahmen des Gliederungsunterpunktes 3.2.1.2.2 im ersten Teil versprochenen und im Rahmen der folgenden Ausführungen beschriebenen erweiternden und ergänzenden Modifikationen von CreditRisk+ ist der für die Grundform in Gliederungsunterpunkt 3.2.1.2.1 im ersten Teil beschriebene Annahmenkatalog wie folgt zu erweitern:[1]

- Statistische Unabhängigkeit der kreditnehmerspezifischen und systematischen Faktoren[2]
- Gamma-Verteilung der Risikofaktorausprägungen
- Standardabweichung der kreditnehmerspezifischen Risikofaktoren ist null

Darauf aufbauend können mit CreditRisk+ die Ausfallwahrscheinlichkeiten statt als Konstante auch als (kontinuierliche) Zufallsvariable abgebildet werden, um die empirisch nachweisbaren Schwankungen in das Modell zu integrieren.[3] Zu diesem Zweck wird aus Vereinfachungsgründen angenommen, die Ausfallwahrscheinlichkeit eines jeden Kredites respektive Kreditnehmers würde durch jeweils einen (kreditnehmer-) spezifischen Risikofaktor vollständig beschrieben.[4] Gem. den Prämissen lassen sich die Ausfallwahrscheinlichkeitsdichteverteilungen jedes Risikofaktors jeweils durch eine Gamma-Verteilung $\Gamma(\alpha)$ in hinreichender Güte approximieren.[5]

Demzufolge ist für die Ausfallwahrscheinlichkeitsdichteverteilung $p(x)$ eines Risikofaktors und für die entsprechend modifizierte Rekursionsformel $\frac{R(h)}{S(h)}$ zur Berechnung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der ausfallbedingten Verluste algebraisch Folgendes zu schreiben:[6]

---

[1] In Anlehnung an F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 88 f.

[2] Infolgedessen wird (zunächst) davon ausgegangen, dass die Veränderung eines systematischen Risikofaktors, c.p., bei allen durch ihn determinierten Ausfallwahrscheinlichkeiten (und den zugehörigen Standardabweichungen) gleichgerichtete Veränderungen jeweils proportional zur Faktorgewichtung auslöst.

[3] Vgl. F. PETERL [Risikomanagement 2003], S. 95 f.

[4] Vgl. F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 102 f.

[5] Gamma-Verteilungen eignen sich aus folgenden Gründen für die Beschreibung von Ausfallwahrscheinlichkeiten:

- Für die vollständige Bestimmung einer Gamma-Verteilung sind lediglich der Erwartungswert und die Standardabweichung der Ausfallwahrscheinlichkeit erforderlich.
- Eine Berechnung einzelner Verteilungswerte ist nicht erforderlich, die Verteilung wird mit der analytischen Verteilungsfunktion vollständig beschrieben.
- Eine Gamma-Verteilung erzeugt für eine Ausfallverteilung sinnvolle Werte: (Signifikant) positive Ausfallwahrscheinlichkeiten bewegen sich demzufolge nur innerhalb eines Intervalls zwischen null und 100 v.H. und die Verteilung ist durch Rechtsschiefe gekennzeichnet, so dass kleine Ausfallquoten häufiger prognostiziert werden als große.

Vgl. F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 99.

[6] h stellt in diesem Zusammenhang eine Hilfsvariable dar, während LR_b wiederum ein normiertes Expositionsband und $p(A_s)$ eine Ausfallwahrscheinlichkeit indizieren. Vgl. CREDIT SUISSE FINANCIAL PRODUCTS [Credit-Risk+ 1997], S. 45 und 49.

(V.1) $$p(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha} \cdot \Gamma(\alpha)} \cdot \exp^{\left(-\frac{x}{\beta}\right)} \cdot x^{\alpha-1} \qquad \text{mit} \qquad \Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} \exp^{-x} \cdot x^{\alpha-1} dx,$$

$$\alpha = \left[E\left(p\left(A_s\right)\right)\right]^2 \cdot \left[Var\left(p\left(A_s\right)\right)\right]^{-1} \text{ und}$$

$$\beta = Var\left(p\left(A_s\right)\right) \cdot \left[E\left(p\left(A_s\right)\right)\right]^{-1}$$

(V.2) $$\frac{R(h)}{S(h)} = \sum_{s=1}^{d} \frac{\frac{p(A_s) \cdot \alpha_s}{E(p(A_s))} \cdot \sum_{b=1}^{B(s)} E\left(L_b^{(s)}\right) \cdot h^{\frac{LR_b^{(s)}}{LR}-1}}{1 - \frac{p(A_s)}{E(p(A_s))} \cdot \sum_{b=1}^{B(s)} \frac{E\left(L_b^{(s)}\right) \cdot LR}{LR_b^{(s)}} \cdot h^{\frac{LR_b^{(s)}}{LR}}}$$

Die Rekursionsformel $\frac{R(h)}{S(h)}$ ist dabei jeweils für ein spezifisches Cluster s gültig, das sich auf die Abhängigkeit von einem spezifischen Risikofaktor bezieht. Im Vergleich zu der Wahrscheinlichkeitsverteilung ausfallbedingter Verluste ohne eine Berücksichtigung variabler Ausfallwahrscheinlichkeiten wird die Verteilung nunmehr, c.p., breiter ausfallen.[1] Dies lässt den Rückschluss zu, dass positive paarweise Ausfallkorrelationen vorliegen.[2]

Zudem werden von CreditRisk+ bei der Verwendung variabler Ausfallwahrscheinlichkeiten implizit auch Bonitätsveränderungen erfasst, nachdem sich Bonitätsveränderungen auf den Erwartungswert und die Schwankungsbreite der Ausfallwahrscheinlichkeit auswirken; unberücksichtigt bleiben dabei jedoch Marktwertschwankungen.[3]

Die Integration variabler Ausfallwahrscheinlichkeiten in CreditRisk+ lässt es nahe liegend erscheinen, in einem nächsten Schritt die Untersuchung eines bislang einperiodigen Planungshorizontes mit CreditRisk+ nunmehr auf die Abbildung eines mehrperiodigen Planungshorizontes auszudehnen:[4] Für die mehrperiodige Analyse werden die bislang angesetzten Ausfallwahrscheinlichkeiten $p\left(A_{k(,t)}\right)$, bei denen es sich um kumulierte Ausfallwahrscheinlichkeiten handelt, in marginale Ausfallwahrscheinlichkeiten $p_{marg}\left(A_{k,t}\right)$ zerlegt:[5]

---

[1] Vgl. B. ROLFES [Gesamtbanksteuerung 1999], S. 413 f.

[2] Algebraisch stellen sich die paarweisen Ausfallkorrelationen wie folgt dar: $Kor\left(A_{k_1}; A_{k_2}\right) = \sqrt{p\left(A_{k_1}\right) \cdot p\left(A_{k_2}\right)} \cdot \sum_{s=1}^{d} \left(\delta_{k_1,s} \cdot \delta_{k_2,s} \cdot \left[\frac{StA\left(p\left(A_k\right)\right)}{E\left(p\left(A_k\right)\right)} \right]^2 \right)$. Vgl. CREDIT SUISSE FINANCIAL PRODUCTS [CreditRisk+ 1997], S. 57.
Wichtig in diesem Zusammenhang ist, dass Ausfallkorrelationen ungleich null zu einer Erhöhung der Standardabweichung, also zu einer Verbreiterung der Wahrscheinlichkeitsverteilung ausfallbedingter Verluste führen, der Erwartungswert jedoch unverändert bleibt. Vgl. Vgl. CREDIT SUISSE FINANCIAL PRODUCTS [CreditRisk+ 1997], S. 19.

[3] Vgl. M. CROUHY, D. GALAI U. R. MARK [Credit risk 2000], S. 107.

[4] Hierzu sei auch auf CREDIT SUISSE FINANCIAL PRODUCTS [CreditRisk+ 1997], S. 21 f. und 39 f. verwiesen.

[5] Vgl. F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 107.

$$(V.3) \qquad p\left(A_{k,t=T}\right) \qquad = \sum_{t=1}^{T} p_{marg}\left(A_{k,t}\right)$$

Mit den marginalen Ausfallwahrscheinlichkeiten wird für jede Periode individuell die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls in Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit der Vorperiode und unter der Bedingung, dass in keiner der Vorperioden bereits ein tatsächlicher Ausfall eingetreten ist, bezeichnet.[1]

Diese perioden-, d.h. laufzeit- und bonitätsspezifische marginale Ausfallwahrscheinlichkeit werden dann zusammen mit ihrer jeweiligen Varianz respektive ihrer jeweiligen Standardabweichung und den ihnen jeweils zuzuordnenden periodenspezifischen Verlusten, die auf einen einheitlichen Zeitpunkt abzudiskontieren sind, zu einem eigenständigen Datensatz zusammengefasst. Damit können die Zahlungsströme der einzelnen Perioden wie separate Kredite behandelt und mit CreditRisk+ wie gewohnt verarbeitet werden.[2]

Mit einem mehrperiodigen Betrachtungsansatz wird der für Kredite typischen Eigenschaft mangelnder Fungibilität entsprochen: Da eine Kreditforderung von einem Kreditinstitut i.d.R. wegen fehlender Sekundärmärkte auf die Bücher genommen und bis zur Endfälligkeit gehalten werden muss, ist es im Gegenzug erforderlich, das Kreditrisiko für den Zeitraum der gesamten Laufzeit zu quantifizieren, entsprechende risikoabhängige Konditionen zu kalkulieren und eine risikoadäquate Eigenkapitalunterlegung herbeizuführen, die sowohl in ihrer Höhe als auch in ihrer Bereitstellungsdauer der Kreditlaufzeit angemessen sind.[3] Zudem wird im Rahmen mehrperiodiger Untersuchungsansätze der Einfluss von Bonitätsveränderungen noch besser abgebildet, da in diesem Fall die Bonitätsveränderungen jeweils auch die marginale Ausfallwahrscheinlichkeit der Folgeperiode und deren Varianz respektive deren Standardabweichung determinieren.[4]

Neben der Aufgliederung der Ausfallwahrscheinlichkeiten und deren Varianzen respektive deren Standardabweichungen in zeitlicher Dimension, lässt sich auch eine entsprechende Zerlegung nach kausalen Einflussfaktoren vornehmen:[5] Dazu wird nunmehr davon ausgegangen, dass die eingangs vorausgesetzte vollständige Erklärung der Ausfallwahrscheinlichkeiten und der zugehörigen Varianzen bzw. Standardabweichungen statt von einem einzelnen Risikofaktor von ei-

---

[1] Ebenda.

[2] Dieses Vorgehen bedingt wiederum nur eine – jedoch gute – Näherung der theoretisch exakten Lösung, bei der nunmehr nicht nur jedes mögliche Ergebnis am Ende der letzten untersuchten Perioden dargestellt, sondern auch dessen Eintrittswahrscheinlichkeit über den Entwicklungspfad der einzelnen Perioden hergeleitet werden müsste; allerdings tritt zu der Unschärfe durch die Bildung der Expositionsbänder nun eine Unschärfe dadurch hinzu, dass trotz der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten wegen der Zusammenfassung der Kredite zu dem fiktiven Kreditportfolio einer einzigen Periode ein Kredit theoretisch mehrfach ausfallen kann. Vgl. hierzu auch CREDIT SUISSE FINANCIAL PRODUCTS [CreditRisk+ 1997], S. 39 f.

[3] In diesem Zusammenhang sei auf BASELER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUFSICHT [Eigenkapitalanforderungen 2004], S. 52 verwiesen.

[4] Marktwertveränderungen können jedoch weiterhin nicht abgebildet werden. Es bleibt somit bei einem durch das Ausfallparadigma geprägtem Modell. Vgl. A. SAUNDERS U. L. ALLEN [Credit Risk 2002], S. 133 f.

[5] Vgl. F. PETERL [Risikomanagement 2003], S. 95 f.

nem Bündel von Faktoren bestehend aus einem kreditnehmerspezifischen, idiosynkratischen[1] und $S-1$ kreditnehmerübergreifenden, systematischen Risikofaktoren R_s erzielt wird.

Im Rahmen eines sehr einfachen Ansatzes werden Ausfallwahrscheinlichkeit $E(A_k)$ und Standardabweichung $StA(A_k)$ eines Kreditnehmers k als Linearkombination der entsprechenden Erwartungswerte $E(A_s)$ und Standardabweichungen $StA(A_s)$ der Risikofaktoren s abgebildet, deren Gewichtung $\tau_{k;s}$ den Einfluss des einzelnen Risikofaktors indiziert und dementsprechend zu schätzen ist:[2]

$$\text{(V.5)} \quad E(A_k) = p(A_k) = \tau_{k;s=1} \cdot E(A_{s=1}) + \sum_{s=2}^{S} \left[\tau_{k;s} \cdot E(A_s)\right]$$

$$\text{(V.6)} \quad StA(A_k) = \tau_{k;s=1} \cdot StA(A_{s=1}) + \sum_{s=2}^{S} \left[\tau_{k;s} \cdot StA(A_s)\right]$$

$$\text{mit} \sum_{s=1}^{S} \tau_{k;s} = 1 \quad \forall k = [1, \ldots, K]$$

idiosynkratischer Faktor | systematische Faktoren

Für den Fall, in dem die Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kreditnehmer und deren Varianzen respektive deren Standardabweichungen allein von idiosynkratischen Risikofaktoren abhängig sind, lässt sich eine Ausfallwahrscheinlichkeit auf der Aggregationsebene des Kreditportfolios berechnen, der – eine hinreichende Anzahl im Kreditportfolio enthaltener Einzelkredite respektive Einzelkreditnehmer vorausgesetzt – eine Standardabweichung von null zuzuordnen wäre.[3]

Sind hingegen die Ausfallwahrscheinlichkeiten der einzelnen Kreditnehmer und deren Varianzen bzw. Standardabweichungen (auch) von systematischen Risikofaktoren, die die Ausfallwahrscheinlichkeiten und Standardabweichungen mehrerer Kreditnehmer erklären, abhängig und infolgedessen korreliert, gilt die Aussage zu der Standardabweichung der Ausfallwahrscheinlichkeit auf der Portfolioebene nicht.

Die als Modellergebnisse ausgewiesenen Diversifikationsgrade werden sich allerdings auch in diesen Fällen in Abhängigkeit von der Anzahl und den Gewichtungsstrukturen der Risikofaktoren, die bei der Modellkonstruktion gewählt werden, unterscheiden.[4] Dabei gilt, jeweils c.p.:[1]

---

[1] In dem (einen) idiosynkratischen Risikofaktor werden dabei alle eventuellen einzelnen kreditnehmerspezifischen Einflussfaktoren – z.B. Produktpalette, Marktanteile, Unternehmensführung – zusammengefasst.

[2] Dieser Ansatz ist deshalb als stark vereinfachend zu bezeichnen, da weder der lineare Zusammenhang begründet und das Verfahren zu seiner Bestimmung im Einzelfall festgelegt wird, noch die Prämisse der Vollständigkeit bei gleichzeitiger statischer Unabhängigkeit des Kataloges identifizierter Risikofaktoren realistisch ist. S. hierzu auch M. CROUHY, D. GALAI U. R. MARK [Credit risk 2000], S. 113.

[3] Vgl. F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 106.

[4] Es lässt sich, c.p., ein umso stärkerer Diversifikationseffekt modellieren, je mehr Risikofaktoren in der Modellkonstruktion berücksichtigt werden: Dieser Effekt eines zusätzlichen Risikofaktors wird jedoch umso schwächer ausfallen, je mehr Faktoren bereits zuvor berücksichtigt wurden. Nichtsdestotrotz strebt die Standardabweichung der Ausfallquote des Kreditportfolios bei einer Grenzfallbetrachtung einer theoretisch beliebigen Anzahl von Risikofaktoren gegen null. Gleichzeitig lässt sich feststellen, dass sich grundsätzlich stärkere Auswirkungen auf die

- Der Diversifikationsgrad wird umso höher sein, je niedriger die paarweisen Korrelationen der Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kreditnehmer sind und
- je höher der Diversifikationsgrad ist, desto kleiner wird die Varianz respektive die Standardabweichung der Ausfallwahrscheinlichkeit des Kreditportfolios ausfallen, d.h., desto präziser lässt sich die Ausfallwahrscheinlichkeit fassen.

Im Übrigen ist an dieser Stelle auch darauf hinzuweisen, dass die Risikofaktoren statt mit der bislang verwendeten Gamma-Verteilung auch mit anderen Verteilungstypen modelliert werden können, um eine bessere Approximation der tatsächlichen Verteilung – insbesondere an den für die (Kredit-) Risikokennziffern entscheidenden Verteilungsenden – zu erzielen.[2]

Schließlich seien noch zwei weitere erweiternde respektive ergänzende Modifikationen des Kreditrisikoquantifizierungsverfahrens aus Basis von CreditRisk+ angesprochen: So können zum einen die in der Praxis bedeutsamen Risiken konjunktureller Schwankungen nicht nur über die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kreditnehmer und deren Varianz respektive deren Standardabweichungen von den kreditnehmerübergreifenden systematischen Risikofaktoren erfasst, sondern alternativ auch mithilfe von Szenarioanalysen dargestellt werden:[3] In diesem Fall werden für jeden Kreditnehmer und jede Periode statt je einer Ausfallwahrscheinlichkeit und einer Standardabweichung mehrere dieser Datenpaare für unterschiedliche Szenarien der zukünftigen Entwicklung – z.B. das Szenario einer schlechten oder der schlechtesten, einer durchschnittlichen und einer guten oder der besten konjunkturellen Entwicklung – geschätzt.[4]

Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der ausfallbedingten Verluste für die einzelnen Konjunkturszenarien können sowohl für Szenarioanalysen, zu denen Standard-, Stress-, Crash- oder What-if-Tests zählen,[5] genutzt als auch gewichtet mit ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit zu einer

---

Verteilungsenden und damit die unerwarteten Verluste als auf den Bereich der erwarteten Verluste ergeben. Zu diesen Zusammenhängen sei ebenfalls auf verwiesen F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 102-106.

[1] Algebraisch wird in diesem Fall für die paarweisen Ausfallkorrelationen folgendes geschrieben: $Kor\left(A_{k_1}; A_{k_2}\right) = \sqrt{p\left(A_{k_1}\right) \cdot p\left(A_{k_2}\right)} \cdot \sum_{s=2}^{S} \left[\tau_{k=1;s} \cdot \tau_{k=2;s} \left[\frac{\sum_{k=1}^{K} StA\left(A_k\right)}{\sum_{k=1}^{K} E\left(A_k\right)} \right]^2 \right]$. Dazu sei nochmals auf CREDIT SUISSE FINANCIAL PRODUCTS [CreditRisk+ 1997], S. 57 verwiesen. In diesem Zusammenhang sei auch nochmals auf J. BESSIS [Risk Management 1998], S. 298-315 verwiesen.

[2] Vgl. hierzu bspw. M. GORDY [Credit risk 2000], S. 140-143.

[3] Speziell zu Konjunkturszenarien vgl. B. SOLNIK U. B. NOETZLIN [Asset Allocation 1982], S. 20 oder R. ARNOTT U. R. HENRIKSSON [Asset Allocation 1989], S. 20.

[4] Zu Szenarioanalysen s. z.B. U. VON REIBNITZ [Szenarien 1987], S. 15 oder C. AUCKENTHALER [Banking 1991], S. 279-282.

[5] Wie bereits in Gliederungspunkt 2.2.3.1 im ersten Teil erwähnt. Zu Sensitivitäts- und Szenarioanalysen sei deshalb nochmals auf S. ROSS, R. WESTERFIELD U. J. JAFFE [Corporate Finance 2005], S. 214-216 und K. DOWD [Value at Risk 1998], S. 121-138 verwiesen.

gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung ausfallbedingter Verluste – ggf. unter Berücksichtigung einer spezifischen Szenariogewichtung – aggregiert werden.[1]

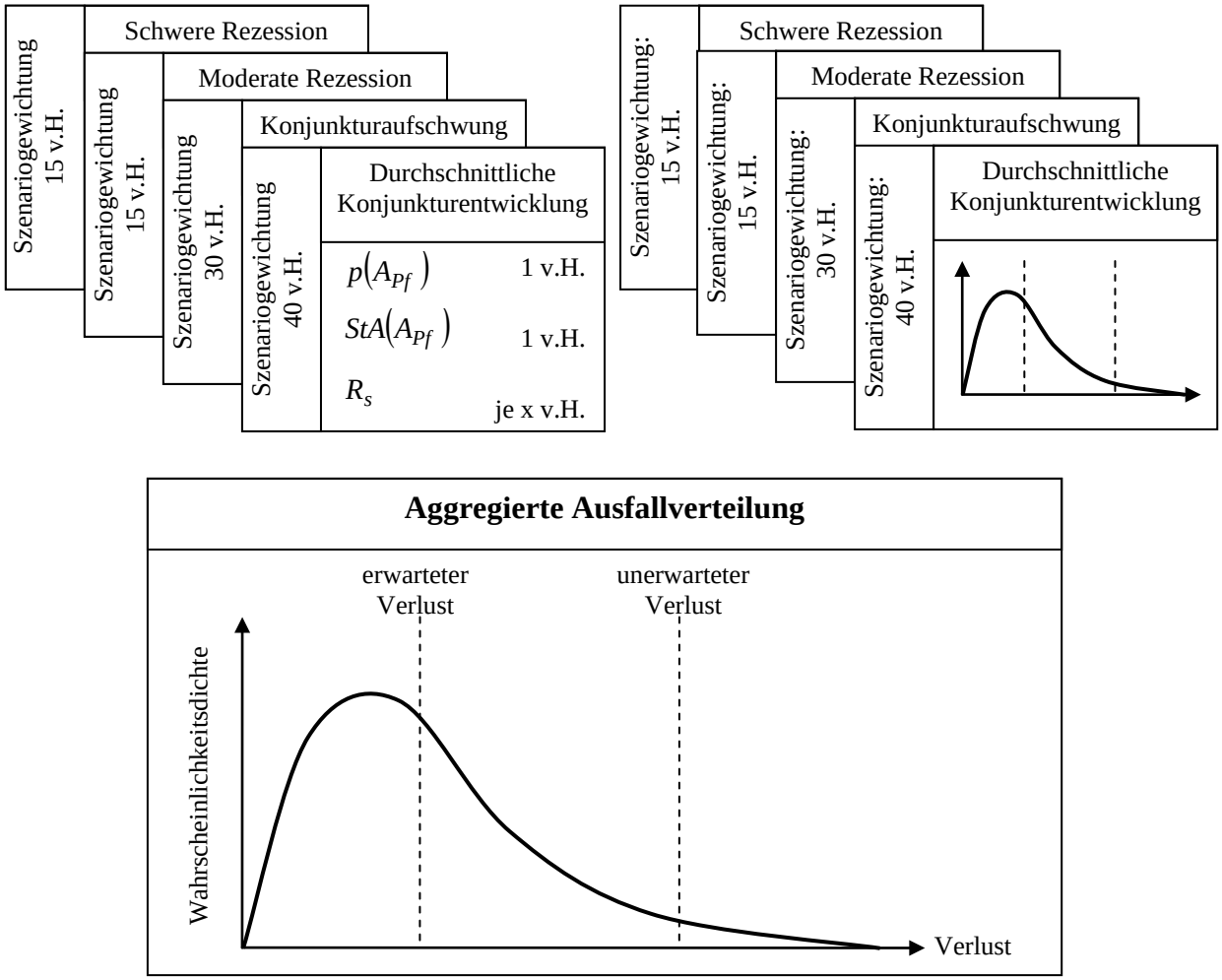


Abbildung V.1: Szenarioanalyse der Ausfallverteilungen eines Kreditportfolios auf Basis von CreditRisk+
(In Anlehnung an F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 116)

In Analogie dazu können zum anderen auch variable Verluste im Insolvenzfall aufgrund schwankender Rückzahlungsquoten auf Basis von Szenarioanalysen modelliert werden.[2]

---

[1] Vgl. F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 115-119.

[2] Wird in diesem Fall bspw. unterstellt, die Verlustschwankungen ließen sich durch eine Normalverteilung $NV(.)$ beschreiben, seien vollständig miteinander korreliert und wiesen eine einheitliche Standardabweichung $StA(L_{Pf})$ auf, so ist abweichend zu den bisherigen Darstellungen algebraisch Folgendes zu schreiben: $\tilde{R}_d = \sum_{b=1}^{d_{max}} \left\{ NV\left(\frac{d+0{,}5-b}{b \cdot StA(L_{Pf})} \right) - NV\left(\frac{d-0{,}5-b}{b \cdot StA(L_{Pf})} \right) \right\} \cdot R_b$. Mit der Variablisierung der Verluste im Insolvenzfall befassen sich bspw. auch N. AKKAYA, A. KURTH U. A. WAGNER [Severity Variations 2004], S. 139-144. Statt einer Normalverteilung kann im Übrigen auch wieder eine rechtsschiefe Verteilung, wie sie für Verlustverteilungen typisch ist, verwendet werden. Weitere Ausführungen zu erweiternden und ergänzenden Modifikationen vor dem Hintegrund einer praktischen Anwendung sind bei V. GUNDLACH U. F. LEHRBASS [CreditRisk+ 2004] zu finden.

Anhang VI: Erweiternde und ergänzende Modifikationen von CreditMetrics

Nachdem aus den vorangegangenen Ausführungen die zentrale Bedeutung der Migrationswahrscheinlichkeiten für das CreditMetrics Modell hervorging, konzentrieren sich die folgenden Modellmodifikationen darauf, an diesem Punkt anzusetzen: So wurde bislang davon ausgegangen, dass die Migrationswahrscheinlichkeiten konstant sind und entsprechend als langfristige Durchschnittswerte aus empirischem Datenmaterial ermittelt werden können; tatsächlich schwanken Migrationswahrscheinlichkeiten jedoch im Zeitablauf zyklisch in einem signifikanten Ausmaß.[1]

Aus diesem Grund wird der Parameter z in zwei Komponenten x und y aufgespalten, die als voneinander unabhängige, normalverteilte Zufallsvariablen beschrieben werden können:[2]

$$z = x \cdot \sqrt{Kor(x;z)} + y \cdot \sqrt{Kor(y;z)} \qquad \text{mit } x, y \sim NV(0;1) \tag{VI.1}$$

Die Komponente y spiegelt in diesem Zusammenhang den kreditnehmerspezifischen Anteil wider, die Komponente x demzufolge den systematischen, kreditnehmerübergreifenden Anteil, der makroökonomisch begründet ist.

Für die modifizierte Migrationswahrscheinlichkeit $p_{\text{mod}}\left(M_{R_{alt}R_{neu}}\right)$ in die Risikoklasse R_{neu} mit dem oberen Grenzwert des Unternehmensvermögens $z_{OG,R_{neu}}$ gilt nunmehr Folgendes:[3]

$$p_{\text{mod}}\left(M_{R_{alt}R_{neu}}\right) = NV\left(\frac{z_{OG,R_{neu}} - x_t \cdot \sqrt{Kor(x;z)}}{\sqrt{1-Kor(x;z)}}\right) - NV\left(\frac{z_{OG,R_{neu}-1} - x_t \cdot \sqrt{Kor(x;z)}}{\sqrt{1-Kor(x;z)}}\right) \tag{VI.2}$$

In Abbildung VI.1, die auf Abbildung 3.20 aus Gliederungsunterpunkt 3.2.2.1.3 im ersten Teil aufbaut, wird der Effekt der Anpassung an die kreditzyklische Situation visualisiert.

Neben dieser präzisierten Abbildung der Migrationswahrscheinlichkeiten im Modell sind weitere erweiternde und ergänzende Modifikationen möglich: So wurde bereits im Rahmen der Neubewertung der Einzelkredite im vorletzten Gliederungsunterpunkt dargelegt, dass auch die den Risikoklassen zugeordneten Risikoprämien bedingt durch Kreditzyklen im Zeitablauf schwanken.[4] Es wurde festgestellt, dass sich aus Forward-Zinsstrukturkurven Risikoprämien zukünftiger Perioden ableiten lassen, diese jedoch auch Anteile bonitätsmigrationsinduzierter Risikoprämien

---

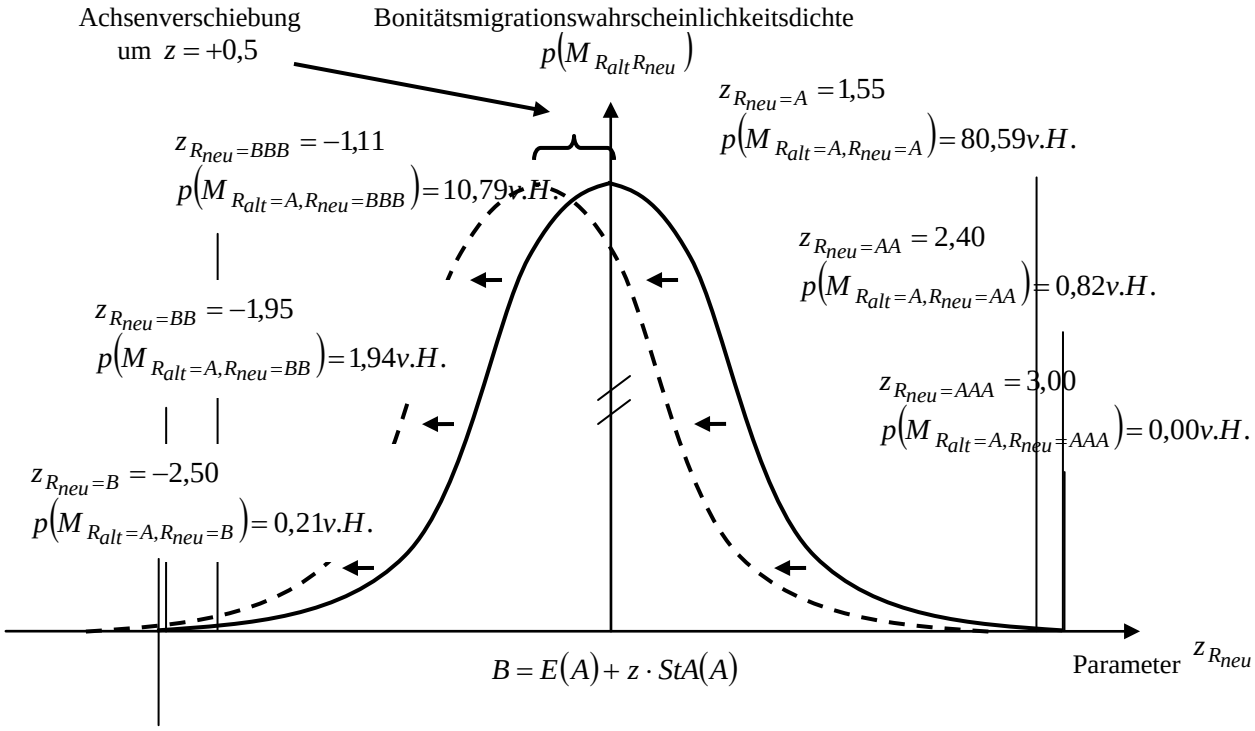
[1] Ausführlich befasst sich mit diesem Thema D. DUFFIE U. K. SINGLETON [Credit Risk 2003], S. 85-99. Im Übrigen sei in diesem Zusammenhang auch auf die ggf. mangelnde Aktualität des in der Ausgangsituation angesetzten Ratings hingewiesen. Vgl. B. ROLFES [Gesamtbanksteuerung 1999], S. 424.

[2] Vgl. B. BELKIN, S. SUCHOWER U. L. FOREST [Credit Risk 1998], S. 17-19.

[3] Vgl. F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 169.

[4] Es sei nochmals auf MOODY`S INVESTOR SERVICE, INC. [Default Rates 1998], S. 16-18 verwiesen.

enthalten und im Modell demzufolge doppelt erfasst würden.[1] Insofern stellt die Bereinigung der aus Forward-Zinsstrukturkurven abgeleiteten Risikoprämien zukünftiger Perioden eine weitere Aufgabe für eine Modellmodifikation dar.[2] Ferner sind Ansatzpunkte für erweiternde und ergänzende Modifikationen z.B. in der integrativen Zusammenführung mit den aktuarischen und den optionspreistheoretischen Ansätzen[3] oder in dem Ausbau zu einem Risikosteuerungsmodell[4] zu sehen. Diese Ansätze zu Modifikationen werden an dieser Stelle nicht weiter verfolgt.[5]



$z_{R_{neu}=CCC} = -2{,}50$
$p\left(M_{R_{alt}=A,R_{neu}=CCC}\right) = 0{,}21 v.H.$

$z_{R_{neu}=D} = -2{,}50$
$p\left(M_{R_{alt}=A,R_{neu}=D}\right) = 0{,}20 v.H.$

$E(.)$ Erwartungswert
$StA(.)$ Standardabweichung
B Unternehmensvermögen
$p\left(M_{R_{alt},R_{neu}}\right)$ Wahrscheinlichkeit für die Migration von einer Ratingklasse R_{alt} in eine neue R_{neu}
$z_{.}$ z-Wert der Standardnormalverteilung

Abbildung VI.1: Die Bereinigung des Zusammenhangs zwischen Bonitätsmigrationen und Wertveränderungen des Unternehmensvermögens um systematische Einflüsse

(In Anlehnung an B. BELKIN, S. SUCHOWER U. L. FOREST [Transition Matrices 1998], S. 49)

---

[1] Es sei insofern nochmals auf den Gliederungsunterpunkt 3.2.2.1.2 im ersten Teil verwiesen.

[2] Es sei deshalb zu Verfahren, mit denen sich unverzerrte Forward-Zinssätze und Credit Spreads prognostizieren lassen, nochmals auf P. ANKER [Zinsstruktur 1993], S. 235-278 verwiesen.

[3] Eine solche Integration zielt darauf ab, bei einem heterogenen Portfolio, dessen einzelne Elemente teilweise den Voraussetzungen des einen und teilweise des anderen Kreditrisikomodells eher entsprechen, die Vorteile der unterschiedlichen Kreditrisikomodelle gezielt zu nutzen und trotzdem zu Risikokennzahlen zu gelangen, die sich auf das gesamte Portfolio beziehen.

[4] Die generierten Daten des CreditMetrics Modells lassen sich nicht nur zur Quantifizierung, sondern auch zur Bepreisung, Steuerung und Absicherung des Kreditrisikos nutzen.

[5] Es wird stattdessen auf B. ROLFES U. F. BRÖKER [Migrations 1998], S. 72 f. zur Integration bonitätsmigrationsinduzierter Ansätze in aktuarische Kreditrisikomodelle und auf F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 245-257 zum Einsatz der Ergebnisse des CreditMetrics Modells zu Zwecken der Kreditrisikosteuerung verwiesen. Z. T. werden die Anmerkungen auch im Zusammenhang mit CreditPortfolioView wieder aufgegriffen.

Anhang VII: Optionspreistheorie

Die Erläuterung der komplexen Grundlagen der in Unterabschnitt 3.2.3 im ersten Teil verwendeten Bewertungsgleichung nach Black & Scholes ist – um die Übersichtlichkeit zu wahren und sich stringent an den Zielen der Ausführungen auszurichten – der Unterabschnitt 3.2.3 schuldig geblieben. An dieser Stelle werden diese Grundlagen nachgereicht: Im ersten Gliederungsunterpunkt wird auf das vergleichsweise anschauliche Binomialmodell zur Bewertung von Optionen nach Cox, Ross & Rubinstein vorgestellt werden, im zweiten Gliederungsunterpunkt der mutmaßlich in Theorie und Praxis am weitesten verbreitete optionspreistheoretische Bewertungsansatz von Black & Scholes.

VII.1 Das Binomialmodell zur Bewertung von Optionen nach Cox, Ross & Rubinstein

Da Optionen nicht mit der Barwertmethode bewertet werden können, besteht der Kerngedanke der Ansätze zur Optionsbewertung sowohl von Cox, Ross & Rubinstein als auch von Black & Scholes – wie in Gliederungsunterpunkt 3.2.3.1.1 im ersten Teil bereits erwähnt – darin, eine Option mit einem Portfolio bestehend zum einen aus der Aktie, die als Basisobjekt der Option dient, und zum anderen aus einem endfälligen Kredit respektive einer endfälligen Anlage zum risikofreien Zinssatz (arbitragefrei) zu duplizieren.[1]

Es wird zur Veranschaulichung zunächst vereinfachend davon ausgegangen, dass auf dem Kapitalmarkt ein neuer Kurs zum Handel in der Aktie S, die das Basisobjekt der nachzubildenden Option darstellt, erst wieder zum Ausübungszeitpunkt $t = T$ der Option gestellt wird. Der neue Kurs K_S nimmt dabei mit der Wahrscheinlichkeit $p\left(K_{S,t=T} = K_1\right)$ den Wert K_1, der über dem Basispreis $K_{X,S}$ liegt,[2] oder mit der Wahrscheinlichkeit $\left[1 - p\left(K_{S,t=T} = K_1\right)\right]$ den Wert K_2, der unter dem Basispreis $K_{X,S}$ liegt, an. Zudem wird davon ausgegangen, dass der Basispreis $K_{X,S}$ dem aktuellen Marktkurs $K_{S,t=0}$ des Basisobjektes entspricht.[3]

---

[1] Vgl. hierzu wie auch im Folgenden J. COX, S. ROSS U. M. RUBINSTEIN [Option Pricing 1979].

[2] Der Basispreis ist der Preis, zu dem das Basisobjekt im Fall der Ausübung der Option zwischen dem Stillhalter und dem Inhaber der Option in der vereinbarten Menge gehandelt wird.
In diesem Fall würde der Optionsinhaber eine Kaufoption ausüben, da er das Basisobjekt zum niedrigeren Basispreis beziehen und zu dem höheren Marktpreis sofort wieder verkaufen könnte. Umgekehrt würde der Optionsinhaber eine Verkaufoption in diesem Fall nicht ausüben, da das Basisobjekt am Markt zu einem höheren Preis verkauft werden könnte. Vgl. hierzu J. HULL [Derivatives 2003], S. 6-10 und 160 f.

[3] Die Option ist „am Geld“. Wäre sie zum Zeitpunkt $t = 0$ „im Geld“ – d.h. bei einer Kaufoption $K_{X,S} > K_{S,t=0}$ – oder „aus dem“ Geld – $K_{X,S} < K_{S,t=0}$ bei einer Kaufoption –, so schlägt sich dies entsprechend im Optionspreis nieder.

So kann nunmehr bspw. eine Kaufoption aus der Sicht des Optionsinhabers (long call) nachgebildet werden, indem die Menge m_S an Aktien des Basisobjektes S gekauft und dazu gleichzeitig ein endfälliger Kredit B_0 in Höhe von K_{B_0} zum Zinssatz r_f aufgenommen wird.[1]

Diese Kombination aus Aktie S und endfälligem Kredit B_0 muss genau die Situation nachbilden, die, c.p., auch bei dem Halten der Kaufoption zu diesem Zeitpunkt eingetreten wäre: D.h., falls der zukünftige Kurs K_2 eintritt, darf der Aktionär und Schuldner zu diesem Zeitpunkt weder einen Gewinn noch einen Verlust gegenüber dem Optionsinhaber erzielen.[2]

Das ist der Fall, wenn der Erlös aus dem Verkauf der Aktien zum aktuellen Marktkurs $m_S \cdot K_2$ abzüglich der Zins- und Tilgungszahlungen zur Abwicklung des aufgenommenen Kredites[3] $K_{B_0} \cdot (1 + r_f)$ der eingesetzten und auf das Ende der Periode aufgezinsten Optionsprämie $W_{C,S}$ entspricht:[4]

$$(\text{VII.1}) \quad -W_{C,S} \cdot (1 + r_f) = m_S \cdot \left[K_2 - K_{X,S} \cdot (1 + r_f)\right]$$

Gleichzeitig muss für den Fall, dass der zukünftige Kurs K_1 eintritt, der Erlös aus dem Verkauf der Aktien $m_S \cdot K_1$ abzüglich der unveränderten Zins- und Tilgungsverbindlichkeiten aus dem Kredit $K_{B_0} \cdot (1 + r_f)$ dem Gewinn aus der für das konstruierte Portfolio als Urbild dienenden Kaufoption entsprechen.

Dieser Gewinn ergibt sich aus der Differenz zwischen dem aktuellen Kurs K_1 und dem Basispreis $K_{X,S}$ abzüglich der eingesetzten und auf das Ende der Periode aufgezinsten Optionsprämie $W_{C,S}$.[5] Mithin muss formal Folgendes gelten:[6]

$$(\text{VII.2}) \quad K_1 - K_{X,S} - W_{C,S} \cdot (1 + r_f) = m_S \cdot \left[K_1 - K_{X,S} \cdot (1 + r_f)\right]$$

Durch Einsetzen von Gleichung (VII.2) in Gleichung (VII.1) lässt sich die Anzahl der zu erwerbenden Aktien m_S ermitteln. Infolgedessen ist gleichzeitig das aufzunehmende Kreditvolumen K_{B_0} festgelegt:[1]

---

[1] Vgl. M. SKARUPPE [Duplizierung 1994], S. 147 f.

[2] Ohne Berücksichtigung der Optionsprämie, die in $t = 0$ und nicht zum Fälligkeitszeitpunkt $t = T$ gezahlt wird.

[3] Es wird hier unterstellt, dass der Bezugszeitraum des risikolosen Zinssatzes r_f auf die Laufzeit der Option kalibriert ist.

[4] Vgl. hierzu auch J. BÄR [Optionsbewertung 1999], S. 36.

[5] In diesem Fall würde die Kaufoption ausgeübt werden, so dass das Basisobjekt zum Basispreis erworben wird und unmittelbar am Kapitalmarkt zum höheren Kurs weiterveräußert werden könnte. In der Praxis kommt es daher tw. zu einer direkten Auszahlung dieser Differenz durch den Stillhalter, einem sogen. „cash settlement“. S. dazu J. KRUMNOW U. L. GRAMLICH [Banklexikon 2000], S. 277.

[6] Vgl. hierzu nochmals J. BÄR [Optionsbewertung 1999], S. 36.

$$\text{(VII.3)} \quad m_S = \frac{K_1 - K_{X,S}}{K_1 - K_2}$$

$$\text{(VII.4)} \quad K_{B_0} = m \cdot K_{X,S} \qquad \text{mit } K_{X,S} = K_{S,t=0}$$

Der Optionswert $W_{C,S}$ ist dementsprechend durch Einsetzen von m_S in Gleichung (VII.1) oder (VII.2) wie folgt zu berechnen:[2]

$$\text{(VII.5)} \quad W_{C,S} = -\frac{\frac{K_1 - K_{X,S}}{K_1 - K_2} \cdot \left[K_2 - K_{X,S} \cdot \left(1 + r_f\right)\right]}{1 + r_f}$$

Im Modell von Cox, Ross & Rubinstein wird diese Betrachtung von einer Periode auf N Perioden ausgedehnt respektive in N Perioden unterteilt, so dass sich der Optionswert W_C einer (europäischen) Kaufoption bzw. W_P einer (europäischen) Verkaufoption über die Verteilungsfunktion der Binomialverteilung wie folgt ergeben:[3]

$$\text{(VII.6)} \quad W_{C,S} = \frac{\sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n \cdot (N-n)!} \right) \cdot p^n \cdot (1-p)^{N-n} \cdot \max\left[0; \left(\frac{K_1}{K_{S,t=0}} \right)^n \cdot \left(\frac{K_2}{K_{S,t=0}} \right)^{N-n} \cdot K_{S,t=0} - K_{X,S} \right]}{\left(1 + r_{f,n}\right)^N}$$

$$\text{(VII.7)} \quad W_{P,S} = \frac{\sum_{n=0}^{N} \left(\frac{N!}{n \cdot (N-n)!} \right) \cdot p^n \cdot (1-p)^{N-n} \cdot \max\left[0; K_{X,S} - \left(\frac{K_1}{K_{S,t=0}} \right)^n \cdot \left(\frac{K_2}{K_{S,t=0}} \right)^{N-n} \cdot K_{S,t=0} \right]}{\left(1 + r_{f,n}\right)^n}$$

$$\text{mit } p = p\left(K_{S,t=T} = K_1\right)$$

Der Laufindex n steht dabei für die Anzahl der Perioden, in denen es jeweils zu einer Kurssteigerung um $\frac{K_1}{K_{S,t=0}}$ kommt und der risikolose Zinssatz besitzt Gültigkeit für je eine Periode der Länge N^{-1}.

---

[1] Vorausgesetzt, K_1, K_2, $K_{X,S}$ und r_f sind gegeben. Vgl. S. KIRMßE [Ausfallrisiken 1996], S. 88.

[2] Vgl. L. JURGEIT [Optionen 1989], S. 102-107. Der Optionswert ist dementsprechend unabhängig von den Eintrittswahrscheinlichkeiten $p\left(K_{S,t=T} = K_1\right)$ und $p\left(K_{S,t=T} = K_2\right)$ der zukünftigen Kurse. Vgl. J. HULL [Derivatives 2003], S. 202-204.

[3] Zu einer dezidierten Herleitung sei auf J. COX, S. ROSS U. M. RUBINSTEIN [Option Pricing 1979], S. 232-239 verwiesen.

VII.2 Der optionspreistheoretische Bewertungsansatz von Black & Scholes

Dem optionstheoretischen Bewertungsansatz von Black & Scholes liegt das gleiche Prinzip der Konstruktion eines Duplikationsportfolios unter Arbitragefreiheit zugrunde; im Unterschied zu dem Ansatz von Cox, Ross & Rubinstein wird im Modell von Black & Scholes die Aktienkursentwicklung als kontinuierlicher Random Walk abgebildet.[1] Dafür ist zusätzlich die Standardabweichung $StA(K_S)$ des Kurses K_S des Basisobjektes S erforderlich.

Für den Wert einer Kaufoption $W_{C,S}$ bzw. einer Verkaufoption $W_{P,S}$ gilt dementsprechend:[2]

$$\text{(VII.8)} \quad W_{C,S} = K_S \cdot NV_{SN}(d_1) - K_{X,S,t=T} \cdot e^{-r_f \cdot T} \cdot NV_{SN}(d_2)$$

$$\text{mit } d_{1/2} = \frac{\ln\left(K_S \cdot K_{X,S,t=T}^{-1}\right) + \left(r_f +/- 0{,}5 \cdot Var(K_S)\right) \cdot T}{StA(K_S) \cdot \sqrt{T}}$$

$$\text{(VII.9)} \quad W_{P,S} = K_{X,S,t=T} \cdot e^{-r_f \cdot T} \cdot NV_{SN}(d_1) - K_S \cdot NV_{SN}(d_2)$$

$$\text{mit } d_{1/2} = \frac{\ln\left(K_{X,S,t=T} \cdot K_S^{-1}\right) - \left(r_f -/+ 0{,}5 \cdot Var(K_S)\right) \cdot T}{StA(K_S) \cdot \sqrt{T}}$$

Dabei stellt T die Laufzeit der europäischen Option dar, und mit $NV_{SN}(.)$ wird die Standardnormalverteilung bezeichnet.

Neben der Bewertung der Option liefert der Ansatz von Black & Scholes darüber hinaus auch die Strukturparameter zur Konstruktion eines sogen. (dynamischen) Hedge-Portfolios H: So ist es gem. den getroffenen Annahmen – insbesondere der der Arbitragefreiheit – möglich, ein Portfolio zusammenzustellen, dessen Wertveränderungen ∂W_H die Wertveränderungen $\partial W_{Pf_{alt}}$ des Ur-Portfolios Pf_{alt} exakt kompensieren:[3]

---

[1] Vgl. hierzu wie auch im Folgenden sowie zu der Modellherleitung F. BLACK U. M. SCHOLES [Valuation of Options 1972] und F. BLACK U. M. SCHOLES [Pricing of Options 1973].

[2] Vgl. F. BLACK U. M. SCHOLES [Pricing of Options 1973], S. 644. Wird der risikolose Zinssatz r_f stetig statt diskret modelliert, lautet die Formel für den Wert der Kaufoption $W_{C,S}$ abweichend von der Darstellung in Gleichung (VII.8): $W_{C,S} = K_S \cdot NV_{SN}(d_1) - K_{X,S,t=T} \cdot (1+r_f)^{-T} \cdot NV_{SN}(d_2)$ mit $d_{1/2} = \frac{\ln\left(K_S \cdot K_{X,S,t=T}^{-1}\right) + \left(\ln(1+r_f) +/- 0{,}5 \cdot Var(K_S)\right) \cdot T}{StA(K_S) \cdot \sqrt{T}}$. Für die Verkaufoption $W_{P,S}$ gelten analog Veränderungen. Vgl. auch P. STEINER U. H. UHLIR [Wertpapieranalyse 2001], S. 245-250.

[3] In diesem analytischen Ausdruck wird von dem im Einzelfall festzulegenden Bewertungsverfahren abstrahiert und auf die allgemeinen Modellparameter F_i abgestellt. Im Rahmen des Black & Scholes Ansatzes sind die Parameter Volatilität des Marktpreises des Basisobjektes $StA(K_S)$, Basispreis $K_{X,S}$ und der risikolose Zinssatz r_f fix, während der Kurs des Basisobjektes K_t und die Restlaufzeit T variabel sind. Vgl. hierzu auch F. BLACK U. M. SCHOLES [Pricing of Options 1973], S. 641.

$$\text{(VII.10)}\quad 0 = \frac{\partial W_{Pf_{alt}}\left(F_1, F_2, \ldots, F_n\right)}{\partial F_i} + \frac{\partial W_H}{\partial F_i} \qquad \forall F_i \text{ mit } 1 \le i \le n$$

Die Wertveränderungen werden dabei durch infinitesimal kleine Veränderungen der Modellparameter F_i ausgelöst.

Durch das Instrument eines Hedges erlangt der optionspreistheoretische Ansatz von Black & Scholes – wie jedes andere auf der Prämisse der Arbitragefreiheit fußende Modell auch – trotz des risikoneutralen Bewertungsansatzes Gültigkeit für beliebige Risikopräferenzen der Entscheidungsträger.[1] So lässt sich jede Option durch einen Kauf oder Verkauf des Basisobjektes und einen Kredit bzw. eine Anlage zum (einheitlichen) risikolosen Zinssatz nachbilden.[2]

Das Hedge-Portfolio zu einer Stillhalterposition in einer (europäischen) Verkaufoption (short put), z.B., besteht aus dem Leerverkauf des Basisobjektes und einer Anlage der zum Ausgangszeitpunkt vereinnahmten Zahlungen zum risikolosen Zinssatz.

Entscheidend ist nunmehr der Anteil m_S am Kurs K_S des Basisobjektes S, in dessen Höhe der Leerverkauf durchzuführen ist. Für diesen Anteil m_S ist auf Basis des Ansatzes von Black & Scholes folgender allgemeingültiger Zusammenhang durch das Ableiten der Optionsbewertungsformel nach dem Kurs des Basisobjektes zu ermitteln:[3]

$$\text{(VII.11)}\quad m_S = -\frac{\partial\left(-W_{P,S}\right)}{\partial K_S} = \frac{\partial W_{P,S}}{\partial K_S} = -NV_{SN}\left(-d_1\right) = NV_{SN}\left(d_1\right) - 1 = \delta_{P,S}$$

$$\text{mit } d_1 = \frac{\ln\left(K_{X,S,t=T} \cdot K_S^{-1}\right) - \left(r_f + 0{,}5 \cdot Var\left(K_S\right)\right) \cdot T}{StA\left(K_S\right) \cdot \sqrt{T}}$$

$\delta_{P,S}$ wird als Sensitivität der Optionsprämie in Bezug auf Veränderungen des Kurses des Basisobjektes auch als sogen. Optionsdelta bezeichnet.[4]

Das Hedge-Portfolio wurde eingangs als dynamisch bezeichnet, weil das Hedge-Portfolio kontinuierlich in Folge der Veränderungen des Kurses des Basisobjektes zu adjustieren ist.[5]

---

[1] Im Rahmen dieser Modelle ist es möglich, durch die gegebene Flexibilität bei der Portfoliokonstruktion der individuellen Risikopräferenz des einzelnen Entscheidungsträgers exakt Rechnung zu tragen. Vgl. F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 135.

[2] Diese These geht aus den sogen. Perfect-Hedge-Modellen hervor. Zu einem Überblick über diese und alternative Modellansätze s. L. JURGEIT [Optionen 1989], S. 90-98.

[3] Vgl. J. HULL [Derivatives 2003], S. 302-309.

[4] Zu dem Optionsdelta sowie den weiteren Sensitivitätskennzahlen des optionspreistheoretischen Bewertungsmodells Gamma, Omega, Rho, Theta und Vega vgl. S. KIRMßE [Ausfallrisiken 1996], S. 136-148.

[5] Vgl. hierzu auch bspw. J. BÄR [Optionsbewertung 1999], S. 162-182 i.V.m. S. 96-112 und Y. HILPISCH [Dynamic Hedging 2001], S. 16 f.

Anhang VIII: Erweiternde und ergänzende Modifikationen optionspreistheoretischer Kreditrisikomodelle

Modifikationen können bei den Annahmen des Ansatzes, der Konstruktion des Verfahrens und den Implikationen des Modells ansetzen. Im Rahmen dieses Gliederungsunterpunktes werden Beispiele für jeden dieser drei Bereiche angeführt.

Zunächst sei deshalb an die Annahme über die Finanzierungsstruktur des Unternehmens erinnert:[1] So wurde postuliert, dass die Finanzierung untersuchter Unternehmen ausschließlich aus einer Eigenkapitalposition auf der einen und einer Fremdkapitalposition auf der anderen Seite bestünde, wobei es sich bei letzterer darüber hinaus um einen unkündbaren, endfälligen Kredit handeln muss.

Es ist jedoch unmittelbar einsichtig, dass diese Prämisse in einem deutlichen Widerspruch zur Praxis steht: Zum einen kann es unterschiedliche Eigenkapitalpositionen geben, die zudem nicht allein aufgrund der Entwicklung der Gewinne und Verluste veränderlich im Zeitablauf sind, sondern z.B. auch aufgrund von Dividendenzahlungen oder Kapitalerhöhungen.[2] Deutlich kritischer ist allerdings zum anderen, dass für die Praxis davon auszugehen ist, dass ein Schuldner-Unternehmen verschiedene Fremdkapitalpositionen aufweist, die sich hinsichtlich der Zahlungsstruktur der Zins- und Tilgungsleistungen, der (Rest-) Laufzeiten, der Besicherung, der Gläubiger und damit auch der Rangstellung der Gläubiger sowie der Verzinsung einschließlich eines eventuellen Agios oder Disagios unterscheiden.[3]

Um die Auswirkungen der Unzulänglichkeiten des Basismodells, die angeführten Parameter einzeln zu berücksichtigen, abzumildern oder gänzlich abzustellen, sind Modellmodifikationen erforderlich. So lässt sich bspw. die Zahlungsstruktur eines Kredites schon durch eine vergleichsweise einfache Modifikation berücksichtigen, indem der Kredit als endfälliger Kredit mit einer Laufzeit in Höhe der Duration des untersuchten Kredites in das optionspreistheoretische Kreditrisikomodell eingegeben wird.[4]

---

[1] Es wird auf den Gliederungsunterpunkt 3.2.3.1.1 im ersten Teil zu den Prämissen optionspreistheoretischer Bewertungsansätze verwiesen.

[2] Es sind Stamm- und Vorzugsaktien zu unterscheiden. Es ist aber auch möglich, dass ein signifikanter Anteil der ausgegebenen Aktien sich nicht im sogen. „free float“ befindet und damit die Bewertung auf einer kleineren Datenbasis fußt. Vgl. hierzu z.B. H.-W. GRUNOW U. S. FIGGENER [Unternehmensfinanzierung 2006], S. 258-260. Während in diesem Fall mit den Daten eine Approximation der benötigten Korrelationsdaten trotzdem möglich ist, erfordern Eigenkapitalveränderungen – durch Einstellung des Gewinns respektive Verlusts in die Bilanz, durch Dividendenzahlungen oder durch Kapitalerhöhungenrespektive -reduzierungen – entsprechende Bereinigungen, um eine brauchbare Datenbasis zu schaffen. Vgl. hierzu K. KÜTING U. C.-P. WEBER [Konzernabschluss 2006], S. 542-545.

[3] Sowohl zu klassischen als auch zu mezzaninen Fremdkapitalinstrumenten der Unternehmensfinanzierung vgl. H.-W. GRUNOW U. S. FIGGENER [Unternehmensfinanzierung 2006], S. 137-190 und 191-246.

[4] Vgl. T. HARTMANN-WENDELS, A. PFINGSTEN U. M. WEBER [Bankbetriebslehre 2000], S. 615-619.

Statt dieser Näherungslösung ist es ebenso möglich, den Kredit durch ein Bündel von endfälligen Krediten – jeweils einem je Zahlungszeitpunkt gem. der Zahlungsstruktur – exakt nachzubilden; in diesem Fall ist jedoch zusätzlich modelltheoretisch zu berücksichtigen, dass der Ausfall eines endfälligen (Teil-) Kredites zum Ausfall aller zeitlich nachgelagerten (Teil-) Kredite führen muss: Diese Modifikation führt – genauso wie bei Modifikationen zur Abbildung anderer Charakteristika verbreiteter Finanzierungsinstrumente und deren -strukturen, wie zuvor einige beispielhaft angeführt wurden – zu komplexen numerischen Modellen, wie z.B. dem Longstaff-Schwartz-Modell.[1]

Bei diesen modifizierten Modellen sind in der Folge deutliche Einschränkungen in der Handhabbarkeit und erhebliche zusätzliche Belastungen der Rechnerkapazitäten in Kauf zu nehmen. Es ist deshalb in Frage zu stellen, ob die Fortschritte bei der Ergebnisqualität diese zusätzlichen Einschränkungen rechtfertigen.[2] Außerdem ist darauf hinzuweisen, dass Eigen- und Fremdkapital – z.B. im Fall von Wandelanleihen – nicht immer eindeutig voneinander abzugrenzen sind. Insbesondere durch derivative und mezzanine Finanzierungsinstrumente[3] nehmen sowohl der zahlenmäßige als auch der inhaltliche Umfang der zur Verfügung stehenden Finanzierungsmöglichkeiten zu und damit steigt die Komplexität der Finanzierungsstrukturen weiterhin stark an, so dass entsprechend weitere und komplexere Modifikationen erforderlich sind.

Weitere Ansatzpunkte sind aus der Zuordnung der Komponenten der Bewertungsgleichung (3.39) aus dem Gliederungsunterpunkt 3.2.3.1.2 zu den drei zentralen Parametern des Kreditrisikos, wie sie in Gleichung (3.1) in Abbildung 3.3 im Rahmen des Unterabschnittes 3.1.1 im ersten Teil aufgeführt und in Beziehung zueinander gesetzt wurden, abzuleiten. Diese Zuordnung ist der folgenden Abbildung zu entnehmen:

---

[1] In diesem Zusammenhang sei bspw. auf S. GAIDA [Kreditrisikokosten 1997] verwiesen.

[2] Zu einem Überblick über empirische Untersuchungen auch von modizierten optionspreistheoretischen Kreditrisikomodellen vgl. bspw. D. COSSIN [Credit Risk Pricing 1997].

[3] Aktuelle Entwicklungen zeigen z.B. T. ENZ U. C. RAVARA [Mezzanine Finance 2006] oder B. KNOBLOCH [Innovative Finanzierungsformen 2005], S. 357-370 auf.

W_P $BW\left(FK_{ges,t=T}\right)$ $NV_{SN}\left(d_2\right)$ $1-\frac{V_{ges}}{BW\left(FK_{ges,t=T}\right)}\cdot\frac{NV_{SN}\left(d_1\right)}{NV_{SN}\left(d_2\right)}$

(VIII.1) $E\left(V_t\right) = EP_{ges,t}\cdot AQ_t\cdot p\left(A_t\right)$ mit $AQ_t = \left(1-RQ_t\right)$

$E\left(V_t\right)$ Erwartungswert für den Marktwert der Unternehmensaktiva zum Zeitpunkt t
$EP_{ges,t}$ Kreditäquivalent zum Zeitpunkt t
AQ_t Ausfallquote zum Zeitpunkt t
RQ_t Rückzahlungsquote zum Zeitpunkt t
$p\left(A_t\right)$ Ausfallwahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt t
$BW\left(FK_{ges,t=T}\right)$ Barwert des gesamten Fremdkapitals $FK_{ges,t=T}$ zum Zeitpunkt T (Ende der Laufzeit)
$NV_{SN}\left(.\right)$ Standardnormalverteilung

Abbildung VIII.1: Die Zuordnung der Komponenten der optionspreistheoretischen Bewertungsgleichung zu den Parametern des erwarteten Verlusts aus einem Kreditgeschäft

(In Anlehnung an B. ROLFES U. F. BRÖKER [Rückzahlungsquoten 1999], S. 176 f.)

Das Kreditäquivalent $EP_{ges,t}$ ist dabei wie gewohnt durch Diskontieren des (Rest-) Zahlungsstromes mit dem risikolosen Zinssatz r_f zu ermitteln. Daraus ergibt sich kein nennenswerter Handlungsbedarf für Modifikationen.[1]

Dagegen ist die Modellierung der Rückzahlungsquote im Insolvenzfall RQ_t ein spezifisches Ergebnis des optionspreistheoretischen Kreditrisikomodells auf Basis des Black & Scholes Ansatzes und ist deshalb näher zu untersuchen: Wie bereits in Abbildung dargestellt, ist in diesem Zusammenhang für RQ_t Folgendes zu schreiben:

(VIII.2) $RQ_t = \frac{1}{q_{FK}}\cdot\frac{NV_{SN}\left(d_1\right)}{NV_{SN}\left(d_2\right)}$ mit $d_{1/2} = \frac{\ln q_{FK} -/+ 0{,}5\cdot Var\left(V\right)\cdot T}{StA\left(V\right)\cdot\sqrt{T}}$ und $q_{FK} = \frac{V_{ges}}{BW\left(FK_{ges,t=T}\right)}$

Demzufolge wird die Rückzahlungsquote im Insolvenzfall RQ_t nur von der (ökonomischen) Fremdkapitalquote q_{FK} und dem Produkt aus Standardabweichung der Marktpreise der Unternehmensaktiva und der Laufzeit $Var\left(V\right)\cdot T$ determiniert. Werden deshalb die vom optionspreistheoretischen Kreditrisikomodell angesetzten Rückzahlungsquoten in Abhängigkeit vom Verschuldungsgrad als Isoquanten verschiedener Volatilitätsniveaus in ein Diagramm eingezeichnet, ist zu erkennen, dass sich diese Rückzahlungsquoten i.d.R. deutlich über 80 v.H. bewegen:

[1] Bewertungsbesonderheiten ergeben sich nur in den Fällen, in denen Eventualverbindlichkeiten bestehen – d.h., dem Kunden ein einseitiges Recht zur Ausdehnung (Avale, Kreditlinien) oder Verringerung seiner Verbindlichkeiten (Sondertilgungsoptionen) eingeräumt oder eine Bürgschaft gewährt wurde –, ein variabler Zinssatz vereinbart oder ein derivatives Finanzierungsinstrument eingesetzt wurde. Ergänzend sei hierzu auf K. KÜTING U. C.-P. WEBER [Konzernabschluss 2006], S. 382-384 und U. KRÄMER U. C. SIEVI [Bankgeschäft 1996].

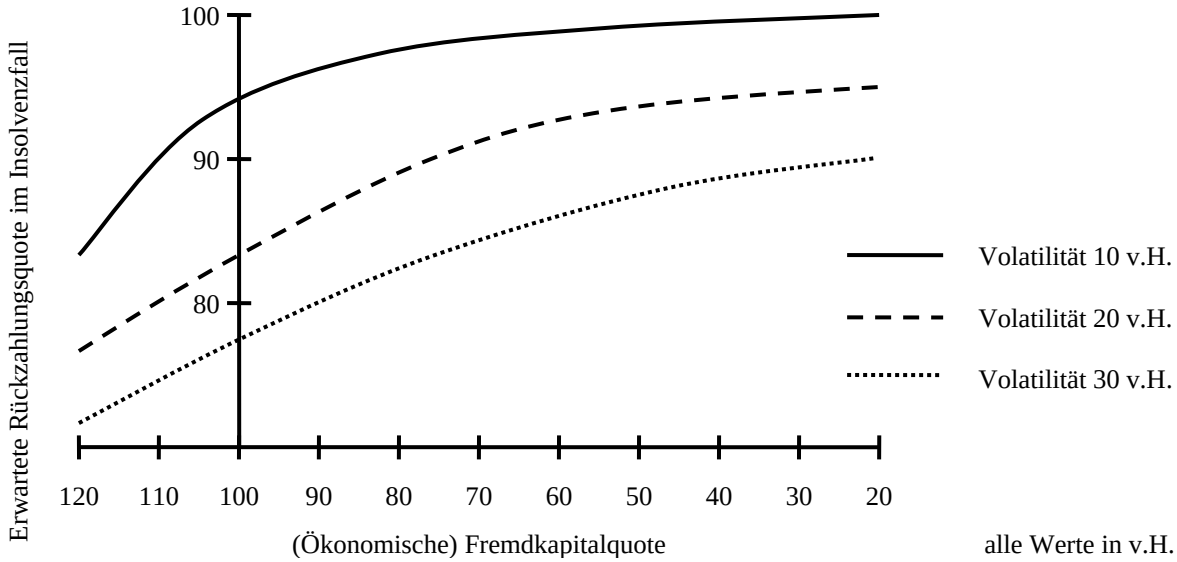


Abbildung VIII.2: Erwartete Rückzahlungsquoten im Insolvenzfall in Abhängigkeit von den Parametern Fremdkapitalquote und Volatilität der Unternehmensaktiva

(In Anlehnung an B. ROLFES U. F. BRÖKER [Rückzahlungsquoten 1999], S. 178)

Angesichts der Tatsache, dass die Rückzahlungsquoten im Insolvenzfall einheitlich für Unternehmen aller Branchen, aller Regionen sowie aller Größen- und Ratingklassen und darüber hinaus unabhängig von einer etwaigen Besicherung und einer Gläubigerrangfolge Gültigkeit besitzen sollen, ist durch einen Abgleich mit empirischen Daten die Schlussfolgerung zu ziehen, dass das optionspreistheoretische Kreditrisikomodell auf Basis des Black & Scholes Ansatzes die Rückzahlungsquoten im Insolvenzfall systematisch überschätzt.[1] Diese Tatsache kann als implizite Prämisse der Unternehmensfortführung interpretiert werden.[2]

Als Konsequenz ist das Modell entsprechend zu modifizieren: So sind an dieser Stelle im Modell statt modelltheoretisch ermittelter Rückzahlungsquoten RQ_{theor} im Insolvenzfall bevorzugt empirische Daten RQ_{emp} zu verwenden und – korrekte Ausfallwahrscheinlichkeiten vorausgesetzt – die Ausfallrisikoprämien $r_{Pr(A),theor,t}$ mit einem Korrekturfaktor, der als Quotient aus empirischer und theoretischer Ausfallquote den Schätzfehler widerspiegelt, zu adjustieren:[3]

$$\text{(VIII.3)} \quad r_{Pr(A),t} = r_{Pr(A),theor,t} \cdot \left(1 - RQ_{emp}\right) \cdot \left(1 - RQ_{theor}\right)^{-1}$$

[1] Vgl. B. ROLFES U. F. BRÖKER [Rückzahlungsquoten 1999], S. 176-179.

[2] Große Teile eines Unternehmensvermögens unterliegen i.d.R. einem sprunghaften Marktwertverlust im Fall der Insolvenz des Unternehmens, da der Wert dieses Vermögens – im Rahmen der hier verwendeten Begriffsdefinition – für das Unternehmen (im laufenden Betrieb am höchsten und) höher als für andere Unternehmen ist. Zur Prämisse des sogen. „going concern" vgl. auch KPMG DEUTSCHE TREUHAND-GESELLSCHAFT [Rechnungslegung 1999], S. 321.

[3] Vgl. F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 171.

Die Ausfallwahrscheinlichkeiten als dritter zentraler Kreditrisikoparameter werden im Rahmen des optionspreistheoretischen Kreditrisikomodells auf Basis der Black & Scholes Ansatzes wie folgt modelliert:[1]

$$\text{(VIII.4)} \quad p(A) = NV\left(\frac{\ln q_{FK} + 0{,}5 \cdot Var(V) \cdot T}{StA(V) \cdot \sqrt{T}}\right) \qquad \text{mit } q_{FK} = \frac{V_{ges}}{BW\left(FK_{ges,t=T}\right)}$$

Hieran ist zu erkennen, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit im Rahmen des optionspreistheoretischen Kreditrisikomodells auf Basis der Black & Scholes Ansatzes wiederum (ausschließlich) in Abhängigkeit der (ökonomischen) Fremdkapitalquote q_{FK} und dem Produkt aus der Standardabweichung der Marktpreise der Unternehmensaktiva und der Laufzeit $Var(V) \cdot T$ dargestellt wird.

Graphisch ist der Zusammenhang wie folgt darzustellen:

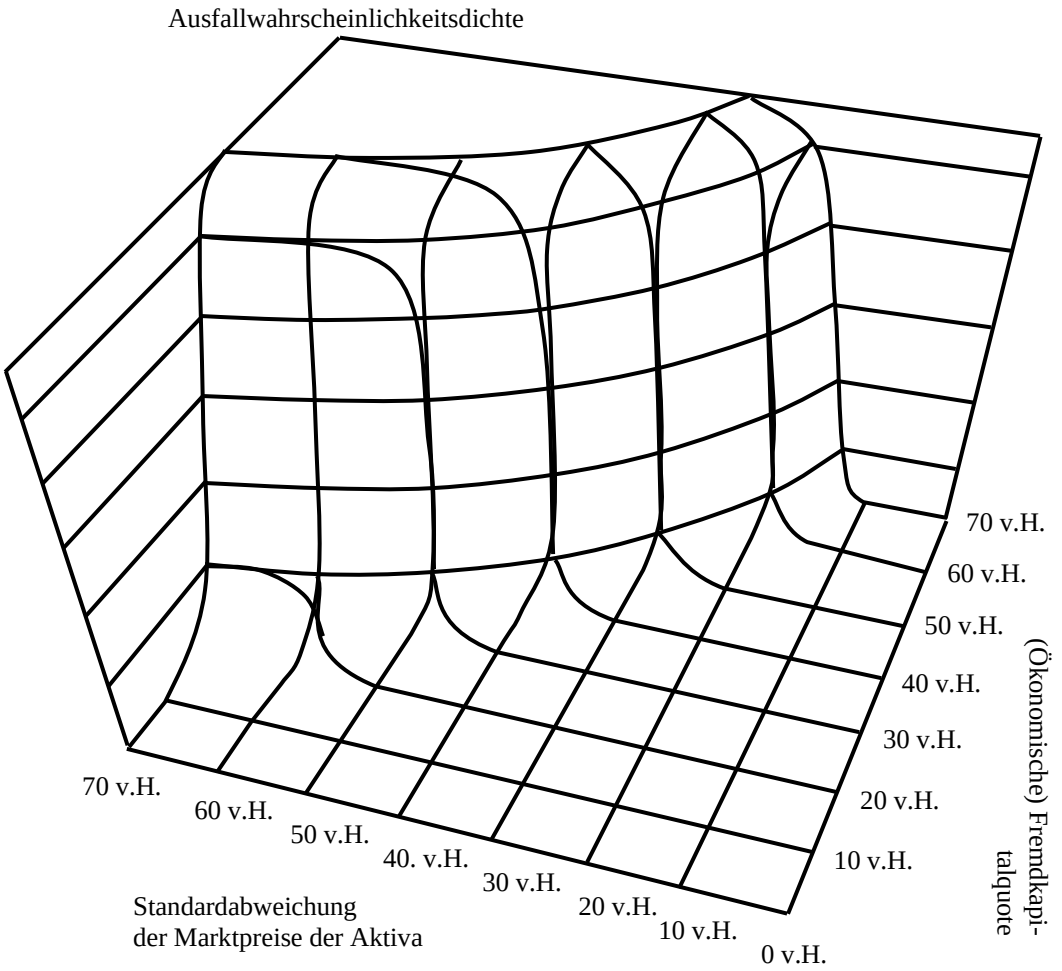


Abbildung VIII.3: Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte in Abhängigkeit von der (ökonomischen) Fremdkapitalquote und der Standardabweichung der Marktpreise der Aktiva

(In Anlehnung an F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 167)

[1] Dabei bezieht sich die Definition der Ausfallwahrscheinlichkeit auf den Eintritt der Insolvenz des Unternehmens, nicht aber zwangsläufig auch auf den Eintritt eines Verlustes.

Die Veränderlichkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit im Zeitablauf vom Modell wird hierbei also vernachlässigt, obwohl z.B. bereits im Zusammenhang mit der Vorstellung der Modelle auf Basis von Bonitätsmigrationen in Unterabschnitt 3.2.2 im ersten Teil deutlich geworden ist, dass Ausfallwahrscheinlichkeiten dynamisch sind und die entsprechenden Schwankungen signifikante Auswirkungen auf die Risikokennzahlen haben.[1] Infolgedessen ist ein weiterer Anlass zu Modifikationen des optionspreistheoretischen Kreditrisikomodells auf Basis des Black & Scholes Ansatzes gegeben.

Zu diesem Zweck kann folgende Ausfallwahrscheinlichkeitsverteilung $p_{p(A)}$ in Abhängigkeit von der Verteilung p_V der Marktwerte der Unternehmensaktiva und der Sensitivität υ der Ausfallwahrscheinlichkeiten auf Veränderungen dieser Marktwerte der Unternehmensaktiva aufgestellt werden:[2]

$$\text{(VIII.5)}\quad p_{p(A)}\left(p(A),t,T-t,\ldots\right) = p_V\left(V\left(p(A),T-t,\ldots\right),t,\ldots\right)\cdot\frac{1}{\left|\upsilon\left(V\left(p(A),T-t,\ldots\right),T-t,\ldots\right)\right|}$$

mit $\upsilon(V,T,\ldots)=$

$$\frac{-1}{\sqrt{2\cdot\pi}\cdot StA(V)\cdot\sqrt{T-t}}\cdot V_t^{-1}\cdot\exp\left[-0{,}5\cdot\left(\frac{\ln\left(V_t\cdot BW\left(FK_{ges,t}\right)^{-1}\right)+0{,}5\cdot Var(V)\cdot(T-t)^2}{StA(V)\cdot\sqrt{T-t}}\right)\right],$$

$$V_t = FK_{ges,T}\cdot\exp\left(0{,}5\cdot Var(V)\cdot(T-t)-r_f\cdot(T-t)-StA(V)\cdot\sqrt{T-t}\cdot NV^{-1}\left(p(A)\right)\right) \text{ und}$$

$$t=1$$

In einer graphischen Darstellung dieser Zusammenhänge wird Folgendes deutlich: Je weiter das Ende des untersuchten Zeithorizontes in die Zukunft geschoben wird, desto breiter wird die Verteilung und desto weiter verschiebt sich das Maximum der Verteilung nach links in den Bereich geringer(er) Verluste, c.p. Gleichzeitig bildet sich jedoch auch eine Verteilungsspitze am rechten Ende der Verteilung: Je näher dabei das Ende des untersuchten Zeithorizonts dem Fälligkeitszeitpunkt rückt, desto ausgeprägter werden die beiden Spitzen, da bis dahin umso deutlicher geworden sein wird, ob es zu einem Ausfall kommt oder nicht:

---

[1] Die Veränderungen der Bonität und damit auch der Ausfallwahrscheinlichkeit im Zeitablauf stellen das fundamentale Phänomen, auf dem die Modelle auf Basis von Bonitätsmigrationen aufbauen, dar. Es sei zudem auf B. OTT [Kreditrisikomodelle 2001], S. 90 f. verwiesen.

[2] Das Verfahren lehnt sich dabei an das bei der Aufstellung der Verteilung der Kreditrisikoverluste an, wie es im Rahmen der beiden Gliederungsunterpunkte 3.2.3.2.1 und 3.2.3.2.2 im ersten Teil aufgezeigt wurde. Vgl. auch F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 414 f.

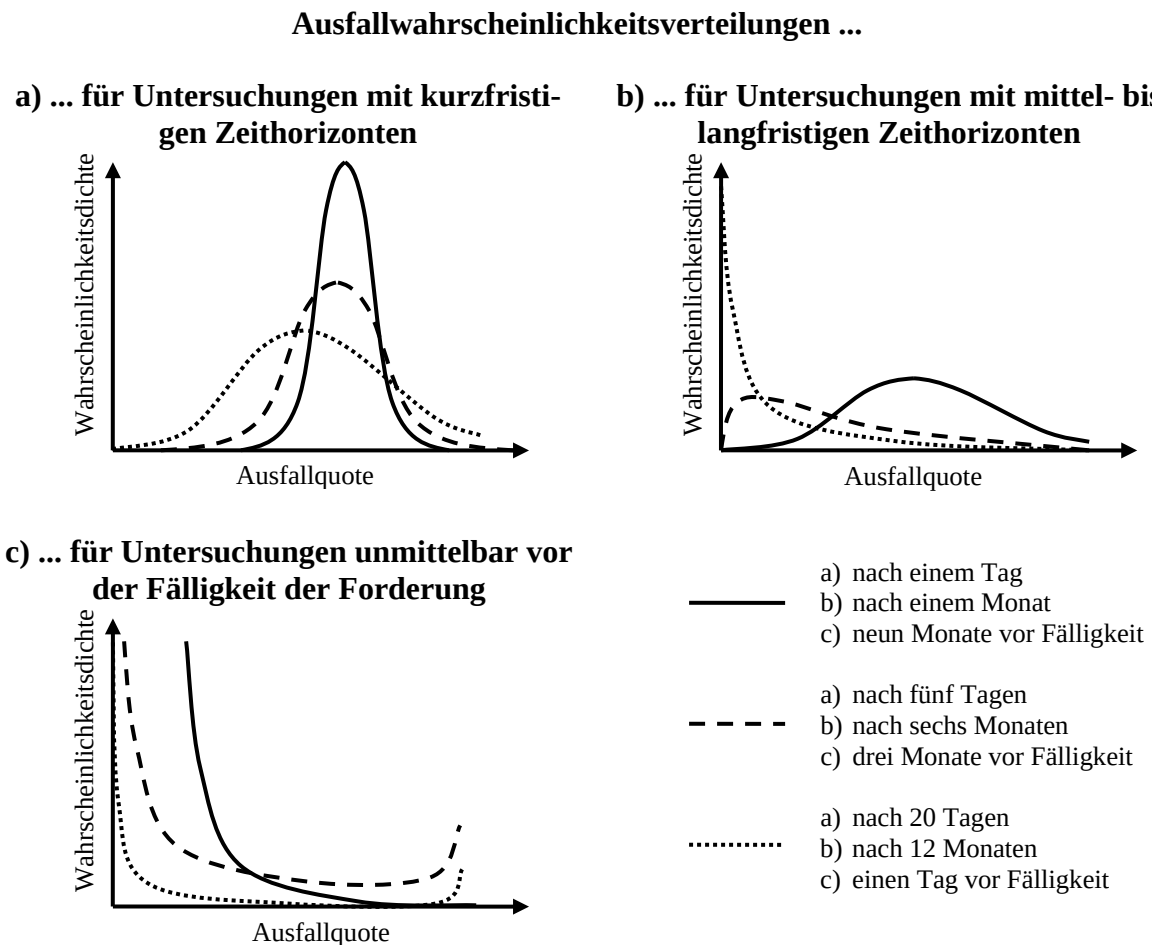


Abbildung VIII.4: Ausfallwahrscheinlichkeitsverteilungen für Untersuchungen mit unterschiedlichen Zeithorizonten

(In Anlehnung an O. VASICEK [Portfolio Value 2002], M. CAO U. W. MOROKOFF [Loss Distributions 2004], insbesondere S. 1.666 und F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 415-417)

Der dritte Bereich, in dem Ansatzpunkte für Modifikationen zu lokalisieren sind, betrifft die Wahl des Black & Scholes Ansatzes als optionspreistheoretisches Bewertungsmodell: Es lässt sich feststellen, dass die vom Black & Scholes Ansatz als Ausgangspunkt unterstellte Log-Normalverteilung der Marktwerte der Unternehmensaktiva respektive der Aktienkurse des Schuldner-Unternehmens die empirisch beobachtbaren Werte zwar grundsätzlich gut approximiert; es ist aber gleichzeitig festzustellen, dass die empirischen Verteilungen im Vergleich zu der Log-Normalverteilung schmaler sind[1] – d.h., um das Maximum der Verteilung steiler verlaufen – und im Gegenzug an den Rändern der Verteilung stärker ausgeprägt sind.[2]

Da die Ausfallrisikoprämie im Rahmen des optionspreistheoretischen Ansatzes über eine weit aus dem Geld liegende (europäische) Verkaufoption ermittelt wird, fokussiert der Ansatz punk-

[1] Es wird auch von einer sogen. „thin waist“ gesprochen. Zu der Verwendung dieses Begriffs vgl. z.B. R. CAMPBELL, R. HUISMAN U. K. KOEDIJK [Value-at-Risk 2001], S. 1802.

[2] Es wird auch von sogen. „fat tails“ gesprochen. Vgl. R. CAMPBELL, R. HUISMAN U. K. KOEDIJK [Value-at-Risk 2001], S. 1802.

tuell auf den Verteilungsrand.[1] Es ist also nicht die Güte der Approximation bezogen auf die gesamte Verteilung sondern nur auf den spezifizierten Bereich relevant: Im Hinblick auf die im Vergleich zu den empirischen Daten von der Log-Normalverteilung systematisch zu niedrig angesetzten Eintrittswahrscheinlichkeiten ist festzustellen, dass infolgedessen auch die ermittelten Ausfallrisikoprämien systematisch zu niedrig ausgewiesen werden.[2]

Diese Schlussfolgerung wird dadurch gestützt, dass eine Log-Normalverteilung zeitlich konstante und vom Marktpreis des Basisobjektes unabhängige implizite Volatilitäten bedingt. In der Praxis ist die Volatilität der Optionen jedoch sowohl von der (Rest-) Laufzeit[3] als auch von dem Marktpreis des Basisobjektes[4] abhängig.

Als Konsequenz können optionspreistheoretische Kreditrisikomodelle auf alternativen Verfahren zur Optionsbewertung aufgebaut werden, die eine Verteilung der Aktienkurse des Schuldner-Unternehmens mit dem Ziel einer besseren Approximation der tatsächlichen Verteilung modellieren, im Gegenzug jedoch den Bedarf an Daten sowie Rechnerkapazitäten ausdehnen und die Komplexität der Modellstrukturen wesentlich erhöhen.[5]

---

[1] Es ist darauf hinzuweisen, dass derartige Optionen in der Praxis des standardisierten börsennotierten Optionsgeschäftes kaum zu marktgerechten Preisen verfügbar sein werden und somit auch ein Hedge nicht verfügbar sein wird. Vgl. A. NATTER [Optionen 2001], S. 76-78.

[2] Dieser systematische Approximationsfehler ist von der systematischen Überschätzung der Rückzahlungsquote im Insolvenzfall klar abzugrenzen, da die Wirkung in beiden Fällen – zumindest tendenziell – gleich ist. Vgl. hierzu im Übrigen F. BRÖKER [Kreditportfoliorisiken 2000], S. 173-176.

[3] Vgl. bspw. A. NATTER [Optionen 2001], S. 211 f.

[4] Es wird auch vom sogen. „volatility smile“ Effekt gesprochen. Vgl. J. HULL [Derivatives 2003], S. 330-345.

[5] Es wird daher von einer Darstellung an dieser Stelle abgesehen und stattdessen auf L. JURGEIT [Optionen 1989], S. 133-142 verwiesen.

Anhang IX: Vorstellung der Beispielunternehmen für die einzelnen Segmente der empirischen Datenbasis

Segment 111	**Kundendaten**	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**			
		€ 425.993,00		€ 121.230,00		€ 134.313,00			
		Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**		**Cash-Flow-Rate**		**Rating**		
		€ 41.585,00	€ 39.745,00		4,8		4		
	Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**		**Rhythmus**	**Fälligkeit**		
		€ 36.537,10	6,65 v.H.	€ 1.461,27		mtl.	31.03.2007		
		€ 1.544,57	5,65 v.H.	€ 1.609,04		mtl.	30.06.2002		
		€ 16.965,57	6,40 v.H.	€ 1.593,19		mtl.	31.12.2002		
		€ 7.551,48	6,00 v.H.	€ 720,92		mtl.	31.12.2005		
		€ 3.189,56	6,00 v.H.	€ 314,44		mtl.	31.12.2005		
		€ 3.793,61	5,95 v.H.	€ 305,00		mtl.	31.01.2006		
	Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**			**Zins**		
		€ 0,00		€ 102.258,38			10,25 v.H.		
		€ 0,00		€ 200.000,00			9,75 v.H.		
	Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**		**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**		
		€ 685.131,12	0,8	€ 0,00		-	€ 0,00		
		€ 1.022.583,74	0,8	€ 0,00		-	€ 0,00		
	Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**		**Sicherheitenart**		**an Objekt**	**für Konto**		
		€ 1.431.617,32		immobil		1	alle		
		€ 2.300.813,40		immobil		2	alle		

Konten, die den gleichen Zins, die gleiche Rate, den gleichen Ratenrhythmus und die gleiche Fälligkeit aufweisen, wurden in der Darstellung zu einem Konto mit dem Gesamtvolumen zusammengefasst. Ebenso wurden Sicherheiten, die sich auf dasselbe Objekt beziehen, in der Darstellung in einer Gesamtposition ausgewiesen. Es können sich jedoch nicht nur mehrere Sicherheiten auf ein Objekt beziehen, sondern hinter einer Sicherheit können umgekehrt auch mehrere Objekte stehen. (In den Fällen wurden die Objekte jedoch einzeln ausgewiesen.)

Segment 112						
	Kundendaten	**Bilanzsumme**	**Jahresüberschuss**	**Eigenkapital**		
		€ 6.531.199,00	€ 1.118.163,00	€ 2.118.348,00		
		Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**	**Rating**	
		€ 134.421,00	€ 128.810,00	32,4	7	
	Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**
		-	-	-	-	-
	Giro	**Kontosaldo**	**Kontolimit**	**Zins**		
		€ 0,00	€ 25.600,00	7,00 v.H.		
	Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**
		-	-	-	-	-
	Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**	**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**	
		€ 25.600,00	mobil	-	-	

Auffällig ist, dass die Kontoverbindung ausschließlich aus einem an einer Mobilie besicherten Kontokorrentkredit besteht, der zudem zu günstigen Konditionen vergeben wurde. Da es sich um ein großes Unternehmen handelt, das sich zu mehr als zwei Dritteln mit Fremdkapital finanziert, kann hinter dieser Konstellation ein Ansatz zur Neukundenakquise stehen.

Segment 113						
Kundendaten	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**	
	€ 308.071,25		€ 31.354,97		€ 48.550,74	
	Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**		**Rating**	
	€ 1.078,31	€ 11.420,22	3,1		13	
Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**	
	€ 23.979,57 € 12.910,12	5,25 v.H. 5,20 v.H.	€ 1.850,88 € 997,02	halbjährl. halbjährl.	31.03.2011 31.03.2011	
Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**	
	€ 1.619,70		€ 10.250,00		12,25 v.H.	
Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**	
	230.081,34	0,8	-	-	51.129,19	
Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**		**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**	
	76.693,78		immobil	1	alle	

In diesem Fall ist im Grundbuch des besichernden Objektes eine Vorlast eingetragen, dennoch handelt es sich um vergleichsweise gut besicherte Forderungen.

Segment 121

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 1.952.899,00	€ 1.575.658,00	€ 701.786,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 23.733,00	€ 248.161,00	26,9	3

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 304.446,00	4,99 v.H.	€ 2.817,00	mtl.	31.10.2005
€ 154.173,63	6,11 v.H.	€ 7.120,60	mtl.	15.11.2006
€ 22.613,30	6,15 v.H.	€ 768,00	mtl.	31.08.2007
€ 2.800,00	1,20 v.H.	endfällig	-	31.01.2006

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
€ 81.267,33	€ 255.650,00	6,75 v.H.

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 511.291,87	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 5.112.919,00	immobil	1	alle

Segment 122

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 399.047,00	€ 222.175,00	€ 173.441,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 7.011,00	€ 22.225,00	33,2	7

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 93.919,49	5,10 v.H.	endfällig	-	30.09.2007
€ 417.730,57	5,30 v.H.	endfällig	-	30.09.2002
€ 381.856,39	5,30 v.H.	€ 8.327,62	vtljährl.	30.09.2002
€ 81.976,38	5,10 v.H.	€ 815,00	mtl.	30.09.2007
€ 93.323,06	3,95 v.H.	€ 495,00	mtl.	30.11.2006
€ 89.413,00	5,60 v.H.	€ 878,23	mtl.	30.06.2008
€ 412.989,45	5,55 v.H.	€ 2.345,00	mtl.	31.05.2007
€ 246.526,34	5,65 v.H.	€ 1.505,00	mtl.	30.09.2012
€ 182.233,37	6,50 v.H.	€ 1.210,00	mtl.	variabel
€ 161.133,09	4,05 v.H.	€ 964,00	mtl.	31.05.2009
€ 195.431,95	4,00 v.H.	€ 1.170,00	mtl.	31.03.2009
€ 97.728.21	3.98 v.H.	€ 582.00	mtl.	31.03.2009

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
€ 19.982,73	€ 204.550,00	9,25 v.H.

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 184.065,07	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 245.420,10	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 61.355,02	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 61.355,02	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 91.009,94	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 89.476,07	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 69.024,40	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 337.452,63	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 67.490,52	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 61.355,02	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 168.726,32	0,8	€ 0,00	-	€ 33.694,12
€ 101.491,43	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 107.371,30	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 84.363,16	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 117.597,13	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 161.568,22	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 205.539,32	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 218.832,92	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 83.851,86	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 398.807,64	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 158.500,46	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 260.758,84	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 760.000,00	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Segment 122	Sicherheit	nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
		€ 536.498,55	mobil	-	alle
		€ 500.708,11	mobil	-	alle
		€ 1.000.000,00	mobil	-	2, 3, 11, 12
		€ 178.952,16	immobil	1	alle
		€ 148.274,65	immobil	2	alle
		€ 72.603,45	immobil	3	alle
		€ 69.024,40	immobil	4	alle
		€ 232.897,04	immobil	5	alle
		€ 96.122,87	immobil	6	alle
		€ 76.693,78	immobil	7	alle
		€ 180.997,33	immobil	8	alle
		€ 115.040,67	immobil	9	alle
		€ 97.656,75	immobil	10	alle
		€ 127.822,97	immobil	11	alle
		€ 102.258,38	immobil	12	alle
		€ 102.258,38	immobil	13	alle
		€ 112.484,21	immobil	14	alle
		€ 135.492,35	immobil	15	alle
		€ 184.801,34	immobil	16	alle
		€ 243.886,24	immobil	17	alle
		€ 165.673,91	immobil	18	alle
		€ 94.589,00	immobil	19	alle
		€ 256.481,38	immobil	20	alle
		€ 101.105,41	immobil	21	alle
		€ 148.592,16	immobil	22	alle
		€ 281.210,54	immobil	23	alle

In diesem Fall besichert ist eine Sicherheit mit einer eingeschränkten Zweckerklärung versehen und besichert lediglich bestimmte Konten.

Segment 123

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 75.972.578,00	€ -2.755.963,00	€ 26.013.897,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 2.798.201,00	€ 65.111,00	-	13

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 1.801.806,89	6,25 v.H.	€ 17.511,75	mtl.	31.03.2011
€ 2.615.990,76	5,00 v.H.	€ 13.324,00	mtl.	31.03.2008
€ 135.345,03	8,50 v.H.	endfällig	-	30.06.2003

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
-	-	-

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 54.196.939,30	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 24.178.993,10	immobil	1	alle

Segment 131

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 4.072.379,00	€ -464.064,00	€ 1.301.489,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 75.301,00	€ 208.214,00	-4,0	2

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 298.352,09 € 248.846,76	4,70 v.H. 5,65 v.H.	€ 3.369,41 € 1.956,00	mtl. mtl.	31.03.2009 30.04.2007

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
€ 0,00	€ 250.000,00	9,50 v.H.

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 1.540.000,00	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 2.914.363,71 € 100.000,00 € 150.000,00	immobil mobil mobil	1 - -	1, 2 3 3

Segment 132

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 4.774.428,00	€ -759,00	€ 3.067.796,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 33.363,00	€ 229.839,00	10,5	9

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 181.741,50	4,60 v.H.	€ 2.000,00	mtl.	31.12.2005

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
-	-	-

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 368.130,15	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 255.645,94	immobil	1	alle

Segment 133	**Kundendaten**	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**
		€ 18.118.422,00		€ -618.675,00		€ 3.498.394,00
		Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**		**Rating**
		€ 408.014,00	€ 1.053.992,00	1,4		14
	Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**
		-	-	-	-	-
	Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**
		€ 24,81				12,25 v.H.
	Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**
		-	-	-	-	
	Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**		**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**
		€ 10.250,00		mobil	-	alle

Segment 141

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 4.674.377,00	€ 560.033,00	€ 1.447.016,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 121.775,00	€ 223.116,00	14,2	4

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 13.341,11	5,00 v.H.	€ 1.700,05	mtl.	31.08.2004
€ 41.005,66	6,07 v.H.	€ 2.673,03	mtl.	31.12.2004
€ 150.000,00	1,50 v.H.	endfällig	-	30.06.2013
€ 48.553,84	5,50 v.H.	€ 2.326,00	mtl.	30.09.2006
€ 67.887,25	5,90 v.H.	€ 1.998,34	mtl.	28.02.2009

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
€ 107.956,17	€ 300.000,00	10,75 v.H.

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 562.421,07	0,8	€ 0,00	-	
€ 255.645,93	0,8	€ 0,00	-	
€ 1.124.842,13	0,8	€ 0,00	-	
€ 306.775,12	0,8	€ 0,00	-	

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 1.073.712,90	immobil	1	alle
€ 613.550,28	immobil	2	alle
€ 920.325,36	immobil	3	alle
€ 306.775,14	immobil	4	alle
€ 25.564,59	mobil	-	alle
€ 25.564,59	mobil	-	alle
€ 3.318.500,00	mobil	-	alle

Segment 142

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 2.096.325,00	€ 929.197,00	€ 698.543,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 43.181,00	€ 48.962,00	29,5	9

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 64.049,95	7,40 v.H.	€ 1.556,88	vtljährl.	30.06.2004
€ 306.775,13	8,75 v.H.	endfällig	-	31.01.2002

Girokonto

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
€ 5.207,55	€ 117.600,00	7,95 v.H.
€ 0,00	€ 5.150,00	7,95 v.H.

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 163.613,40	0,8	€ 0,00	-	
€ 122.710,05	0,8	€ 0,00	-	
€ 58.798,56	0,8	€ 0,00	-	
€ 56.242,11	0,8	€ 0,00	-	

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 1.063.988,10	immobil	1	alle
€ 674.705,26	immobil	2	alle
€ 255.645,94	immobil	3	alle
€ 255.645,94	immobil	4	alle

Segment 143

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 25.973.395,00	€ -198.367,00	€ 5.222.487,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 861.903,00	€ 945.171,00	6,2	13

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
-	-	-	-	-

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
€ 338.911,55 € 0,00	€ 350.000,00 € 13.350,00	7,25 v.H. 11,75 v.H.

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
-	-	-	-	

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 61.355,03	mobil	-	alle
€ 737.896,44	mobil	-	alle
€ 153.387,56	mobil	-	alle
€ 25.564,59	mobil	-	alle
€ 300.000,00	mobil	-	alle

Segment 211

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 1.333.093,00	€ 72.530,00	€ 297.004,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 86.748,00	€ 19.466,00	9,1	6

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 152.344,01	7,00 v.H.	endfällig	-	31.12.2007
€ 36.388,58	5,60 v.H.	€ 526,63	mtl.	28.02.2006
€ 73.971,79	5,30 v.H.	€ 828,29	mtl.	31.07.2014
€ 5.112,92	5,75 v.H.	€ 5.112,92	jährl.	31.07.2004
€ 152.344,01	5,60 v.H.	endfällig	-	31.12.2005

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
€ 29.866,99	€ 105.000,00	8,75 v.H.
€ 130.658,16	€ 615.000,00	8,75 v.H.

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 536.850,00	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 484.700,00	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 615.000,00	mobil	-	alle
€ 357.904,31	immobil	1	alle
€ 250.000,00	immobil	2	alle

Segment 212						
Kundendaten	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**	
	€ 200.367,00		€ 58.180,00		€ 33.234,00	
	Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**		**Rating**	
	€ 3.429,00	€ 22.301,00	19,4		8	
Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**	
	€ 219.138,61	6,45 v.H.	€ 1.712,83	mtl.	30.09.2010	
	€ 83.948,99	5,75 v.H.	€ 4.003,42	halbjährl.	31.03.2015	
	€ 18.242,89	5,50 v.H.	€ 593,10	halbjährl.	30.09.2010	
	€ 55.986,46	5,70 v.H.	€ 2.799,32	halbjährl.	30.09.2005	
	€ 8.323,80	3,75 v.H.	€ 1.043,04	halbjährl.	30.09.2008	
	€ 19.429,07	4,25 v.H.	€ 2.428,64	halbjährl.	30.09.2008	
	€ 22.701,36	6,70 v.H.	€ 1.135,07	halbjährl.	31.03.2009	
	€ 15.018,45	6,50 v.H.	€ 1.726,00	mtl.	31.10.2003	
Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**	
	-		-		-	
Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**	
	€ 536.856,47	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00	
Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**	**Sicherheitenart**		**an Objekt**	**für Konto**	
	€ 128.334,26	mobil		-	alle	
	€ 7.493,47	mobil		-	alle	
	€ 17.486,17	mobil		-	alle	
	€ 22.701,36	mobil		-	alle	
	€ 1.120.342,76	immobil		1	alle	
	€ 55.986,46	mobil		-	alle	

Auffällig ist an diesem Unternehmen, dass die Bilanzsumme kleiner als die Summe der Darlehenskonten und wesentlich kleiner als der Beleihungswert der Immobiliensicherheit sowie die Summe der nominellen Sicherheitenwerte ausfällt. Eine mögliche Erklärung ist, dass das Objekt bereits (sehr) lange im Bestand ist und deshalb bilanziell zu Anschaffungskosten und nicht mit dem aktuellen Verkehrswert zum Ansatz kam.

Eine weitere mögliche Erklärung ist darin zu sehen, dass hohe Darlehensvolumina offensichtlich erst vor kurzem gewährt oder prolongiert wurden: Wurden diese Mittel erstmals gewährt, kann es zu deutlichen Bilanzverlängerung gekommen sein.

Segment 213	**Kundendaten**	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**
		€ 512.304,00		€ -36.764,00		€ 133.032,00
		Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**		**Rating**
		€ 33.797,00	€ 20.683,00	-1,7		14
	Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**
		€ 75.955,41	6,50 v.H.	€ 966,00	mtl.	30.05.2013
	Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**
		-		-		-
	Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**
		€ 327.226,80	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
	Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**		**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**
		€ 294.504,13		immobil	1	alle

Segment 221						
Kundendaten	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**	
	€ 478.516,00		€ 122.764,00		€ 52.941,00	
	Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**	**Rating**		
	€ 2.550,00	€ 33.318,00	18,3	11		
Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**	
	€ 18.149,30 € 345.940,61	5,05 v.H. 4,00 v.H.	€ 680,00 € 2.748,19	vtljährl. mtl.	31.03.2013 31.12.2011	
Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**	
	€ 0,00		€ 51.150,00		11,50 v.H.	
Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**	
	€ 235.194,26 € 120.153,58 € 362.505,95	0,8 0,8 0,8	€ 0,00 € 0,00 € 0,00	- - -	€ 0,00 € 0,00 € 0,00	
Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**	**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**		
	€ 217.299,05 € 95.611,58 € 397.411,96	immobil immobil immobil	1 2 3	alle alle alle		

Der Abgleich der Beleihungswerte mit der Bilanzsumme zeigt, dass das Unternehmen über für seine Verhältnisse erhebliche stille Reserven verfügen muss, die durch einen deutlich hinter dem aktuellen Marktwert der Immobilien zurückbleibenden Ansatz zu den ggf. schon sehr lange zurückliegenden Anschaffungs- und / oder Herstellungskosten in der Bilanz zustande kommen.

Segment 222	**Kundendaten**	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**
		€ 1.210.809,00		€ 235.033,00		€ 79.608,00
		Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**		**Rating**
		€ 12.106,00	€ 25.378,00	14,7		11
	Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**
		€ 94.318,02	5,25 v.H.	€ 4.105,67	halbjährl.	30.06.2011
	Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**
		€ 298,14 € 0,00		€ 15.350,00 € 1.550,00		11,75 v.H. 12,25 v.H.
	Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**
		€ 434.598,10	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
	Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**		**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**
		€ 306.775,13		immobil	1	alle

Segment 223

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 73.529,00	€ 47.224,00	€ 3.666,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 0,00	€ 5.653,00	11,7	13

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 59.148,18	5,87 v.H.	€ 1.140,69	vtljährl.	31.03.2004

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
€ 0,00	€ 15.350,00	11,75 v.H.

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 219.855,51	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 153.387,56	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 44.482,38	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 61.355,02	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 64.422,77	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 102.258,38	immobil	1	alle
€ 25.564,59	immobil	2	alle
€ 50.617,90	immobil	3	alle
€ 87.942,20	immobil	4	alle
€ 47.396,76	immobil	5	alle

Bei diesem Unternehmen sind die Zinsaufwendungen mit „€ 0,00“ angesetzt, obwohl ein Darlehen existiert, das aufgrund seiner Besicherung und Fälligkeit nahe legt, dass die Kreditmittel seit längerem in Anspruch genommen werden. Dass diese Mittel dennoch keinen Niederschlag in dem Jahresabschluss finden, kann darauf zurückzuführen sein, dass der Unternehmer das Darlehen privat aufgenommen hat. Da das Unternehmensrisiko mit dem Risiko seines geschäftsführenden Gesellschafters zusammenfällt, stellen Unternehmen und Privatperson in diesem Fall aus Sicht des Kreditinstituts eine Einheit dar, so dass neben den Verbindlichkeiten des Unternehmens auch die Verbindlichkeiten aus der privaten Sphäre des Unternehmers zusammenzufassen sind.

Segment 231	**Kundendaten**	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**
		€ 607.944,00		€ 124.470,00		€ 171.968,00
		Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**		**Rating**
		€ 0,00	€ 43.801,00	23,9		3
	Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**
		€ 334.520,33	4,65 v.H.	€ 2.778,87	mtl.	31.05.2009
	Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**
		€ 0,00		€ 25.600,00		11,50 v.H.
	Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**
		-	-	-	-	-
	Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**		**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**
		€ 409.033,51		mobil	-	alle

Segment 232

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 577.106,00	€ 43.757,00	€ 356.861,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 15.749,00	€ 78.576,00	26,6	8

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 4.358,08	6,50 v.H.	€ 1.206,65	vtljährl.	31.01.2002
€ 10.222,77	7,10 v.H.	endfällig	-	31.05.2001
€ 51.129,19	5,75 v.H.	endfällig	-	31.07.2003
€ 22.483,80	4,85 v.H.	€ 541,97	mtl.	31.01.2009
€ 20.000,00	6,65 v.H.	endfällig	-	31.03.2006

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
€ 2.975,24	€ 12.500,00	11,50
€ 1.794,46	€ 15.350,00	11,50
€ 4.866,88	€ 38.350,00	11,50

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 281.210,53	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 455.049,77	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 46.016,27	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 818.067,04	immobil	1	alle
€ 818.067,04	immobil	2	alle
€ 15.850,05	immobil	3	alle

Segment 233

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 148.644,00	€ -27.310,00	€ 0,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 10.236,00	€ 18.819,00	-4,3	17

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 149.296,16	5,80 v.H.	€ 912,96	mtl.	31.01.2006
€ 50.893,45	5,50 v.H.	€ 918,00	vtljährl.	variabel
€ 53.197,89	5,35 v.H.	€ 895,27	vtljährl.	30.04.2003

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
-	-	-

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 526.630,00	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 530.000,00	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 1.022.583,76	immobil	1, 2	alle

Segment 241	**Kundendaten**	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**
		€ 136.459,00		€ 143.652,00		€ 40.887,00
		Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**		**Rating**
		€ 4.095,00	€ 10.373,00	24		4
	Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**
		€ 26.514,02	5,80 v.H.	€ 1.875,00	mtl.	31.03.2006
	Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**
		€ 64.431,27		€ 100.000,00		10,75 v.H.
	Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**
		€ 219.855,51	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
	Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**		**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**
		€ 685.212,93 € 420.900,00		immobil mobil	1 -	alle alle

Segment 242

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 1.425.014,00	€ 69.280,00	€ 262.812,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 47.967,00	€ 137.855,00	18,1	7

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 894.760,79	5,66 v.H.	endfällig	-	31.08.2010
€ 231.359,30	4,80 v.H.	€ 4.031,54	mtl.	31.01.2009
€ 14.571,82	2,00 v.H.	endfällig	-	30.04.2003
€ 18.581,24	6,30 v.H.	€ 2.415,85	mtl.	31.07.2004

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
-	-	-

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 639.114,85	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 562.421,07	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 894.560,80	immobil	1	alle
€ 1.789.521,58	mobil	-	alle
€ 485.727,29	immobil	2	alle

Segment 243	**Kundendaten**	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**
		€ 982.641,00		€ 11.164,00		€ 116.198,00
		Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**		**Rating**
		€ 11.552,00	€ 29.936,00	2,0		13
	Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**
		-	-	-	-	-
	Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**
		€ 0,00		€ 12.800,00		11,75 v.H.
	Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**
		€ 113.506,80	0,8	€ 0,00	-	€ 3.225,23
	Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**		**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**
		€ 76.693,78		immobil	1	alle

Segment 311						
	Kundendaten	**Bilanzsumme**	**Jahresüberschuss**	**Eigenkapital**		
		€ 8.249.740,00	€ 1.038.123,00	€ 572.756,00		
		Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**	**Rating**	
		€ 395.688,00	€ 196.040,00	6,2	3	
	Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**
		€ 138.790,53	1,50 v.H.	endfällig	-	31.12.2014
	Giro	**Kontosaldo**	**Kontolimit**	**Zins**		
		-	-	-		
	Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**
		-	-	-	-	-
	Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**	**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**	
		€ 1.126.200,00	mobil	-	alle	

Dieses Unternehmen ist zwar untypisch groß für das Segment der kleinsten Firmenkunden, da der Inhalt der Geschäftsbeziehung jedoch zunächst nur aus einem einzigen Darlehen besteht, ist das Unternehmen in dieses Segment eingeordnet worden. Auf das Mapping wirkt diese Zuordnungssystematik verzerrend.

Segment 312	**Kundendaten**	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**			
		€ 136.000,00		€ 80.180,00		€ 44.000,00			
		Zinsaufwendungen		**Abschreibungen**		**Cash-Flow-Rate**		**Rating**	
		€ 5.300,00		€ 14.700,00		24,8		9	
	Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**		**Rhythmus**		**Fälligkeit**	
		€ 11.092,96 € 2.422,03	5,00 v.H. 7,50 v.H.	€ 284,00 € 511,29		mtl. mtl.		30.06.2008 variabel	
	Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**				**Zins**	
		€ 9.611,82		€ 7.500,00				12,25 v.H.	
	Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**		**Rhythmus**		**Summe Vorlasten**	
		€ 276.097,61	0,8	€ 0,00		-		€ 0,00	
	Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**		**Sicherheitenart**		**an Objekt**		**für Konto**	
		€ 235.194,26		immobil		1		alle	

Dieses Unternehmen hat das bei dem untersuchenden Kreditinstitut eingeräumte Kontokorrent-kreditlimit überzogen.

Segment 313						
Kundendaten	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**	
	€ 564.540,00		€ 7.958,00		€ 0,00	
	Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**		**Rating**	
	€ 28.063,00	€ 16.778,00	4,8		16	
Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**	
	€ 222.706,24	6,00 v.H.	€ 3.661,00	mtl.	variabel	
Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**	
	-		-		-	
Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**	
	€ 693.000,00 € 225.000,00	0,8 0,8	€ 0,00 € 0,00	- -	€ 0,00 € 18.345,15	
Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**	**Sicherheitenart**		**an Objekt**	**für Konto**	
	€ 485.727,28 € 127.822,97	immobil immobil		1 2	alle alle	

Bei diesem Unternehmen fällt der Eigenkapitalstand auf, der „€ 0,00“ beträgt: Für bestimmte Personengesellschaften wurden in der Datenbank keine Werte für das Eigenkapital erfasst.

Die leichten Inkonsistenzen zwischen der Bilanzsumme und der Summe der Beleihungswerte können in diesem Fall wiederum auf abweichende Wertermittlungsverfahren zurückzuführen sein.

Segment 321

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 269.426,00	€ 87.457,00	€ 0,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 21.803,00	€ 19.330,00	32,2	4

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 539.323,60	6,17 v.H.	€ 4.761,15	mtl.	31.05.2011
€ 102.258,38	5,05 v.H.	endfällig	-	30.04.2001
€ 255.645,94	3,88 v.H.	endfällig	-	30.04.2001
€ 209.411,46	6,22 v.H.	endfällig	-	31.05.2001
€ 131.945,44	5,05 v.H.	endfällig	-	31.03.2001
€ 313.428,62	4,31 v.H.	€ 2.020,79	mtl.	30.04.2004

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
-	-	-

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 255.645,93	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 690.244,03	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 1.789.521,58	immobil	1	alle
€ 1.544.101,46	immobil	2	alle
€ 1.208.172,48	mobil	-	alle
€ 1.610.896,64	mobil	-	alle
€ 1.199.029,05	mobil	-	alle
€ 1.598.705,40	mobil	-	alle
€ 293.616,52	mobil	-	alle
€ 202.795,78	mobil	-	alle
€ 38.440,05	mobil	-	alle

Auch in diesem Fall scheint die Bilanzsumme auf den ersten Blick zu klein zu sein, da die Kontensalden, die Beleihungswerte und die Sicherheiten jeweils um ein mehrfaches größer sind. Wie bereits angeführt kann eine potentielle Ursachen für dieses Missverhältnis eine massive, fremdkapitalfinanzierte Expansion des Unternehmens sein, die zu einer entsprechend drastische Bilanzverlängerung führt. Auffällig ist allerdings in diesem Zusammenhang, dass das Unternehmen weiterhin ein Rating im oberen Ratingband aufweist und die gestellten Sicherheiten nur zum deutlich kleineren Teil aus Immobilienobjekten bestehen. Erklären lässt sich dies ggf. dadurch, dass das Unternehmen zu einem Wirtschaftsverbund gehört, der entsprechende Sicherheiten – insbesondere auch in Form von Bürgschaften – stellt.

Segment 322						
Kundendaten	Bilanzsumme		Jahresüberschuss		Eigenkapital	
	€ 80.304,00		€ 141.355,00		€ 23.651,00	
	Zinsaufwendungen		Abschreibungen		Cash-Flow-Rate	Rating
	€ 1.097,00		€ 12.364,00		56,4	9
Darlehen	Kontosaldo	Zins	Rate		Rhythmus	Fälligkeit
	€ 3.003,60	5,50 v.H.	€ 386,03		mtl.	31.08.2002
Giro	Kontosaldo		Kontolimit			Zins
	€ 0,00		€ 5.000,00			12,25 v.H.
Objekt	Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate		Rhythmus	Summe Vorlasten
	-	-	-		-	-
Sicherheit	nomineller Sicherheitenwert		Sicherheitenart		an Objekt	für Konto
	€ 25.564,59		mobil		-	alle

Segment 323						
Kundendaten	Bilanzsumme		Jahresüberschuss		Eigenkapital	
	€ 710.993,00		€ -39.000,00		€ 412.261,00	
	Zinsaufwendungen		Abschreibungen		Cash-Flow-Rate	Rating
	€ 16.229,00		€ 25.853,00		-6,6	13
Darlehen	Kontosaldo	Zins	Rate		Rhythmus	Fälligkeit
	€ 161.632,80 € 24.034,44	6,30 v.H. 6,50 v.H.	€ 1.431,62 € 1.022,58		mtl. mtl.	28.02.2009 28.02.2006
Giro	Kontosaldo		Kontolimit			Zins
	€ 40.150,38		€ 40.000,00			11,50 v.H.
Objekt	Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate		Rhythmus	Summe Vorlasten
	-	-	-		-	-
Sicherheit	nomineller Sicherheitenwert		Sicherheitenart		an Objekt	für Konto
	€ 365.007,00		mobil		-	1, 3

Segment 331

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 42.617,00	€ 70.046,00	€ 0,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 2.986,00	€ 9.812,20	53,4	4

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 26.909,94 € 6.022,60	5,80 v.H. 4,30 v.H.	€ 869,92 € 544,30	vtljährl. mtl.	31.12.2013 31.01.2004

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
€ 49.159,33	€ 51.150,00	11,50 v.H.

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 278.654,07	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 112.484,21 € 70.867,61	immobil mobil	1 -	alle alle

Segment 332

Kundendaten

Bilanzsumme	Jahresüberschuss	Eigenkapital
€ 488.274,00	€ 52.757,00	€ 0,00

Zinsaufwendungen	Abschreibungen	Cash-Flow-Rate	Rating
€ 18.035,00	€ 6.553,00	7,4	11

Darlehen

Kontosaldo	Zins	Rate	Rhythmus	Fälligkeit
€ 71.729,16	6,50 v.H.	€ 2.812,11	vtljährl.	30.09.2007
€ 93.156,28	6,17 v.H.	€ 950,00	mtl.	30.09.2012
€ 58.903,05	5,40 v.H.	€ 621,22	mtl.	30.06.2009

Giro

Kontosaldo	Kontolimit	Zins
€ 10.724,38	€ 12.600,00	12,25 v.H.

Objekt

Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate	Rhythmus	Summe Vorlasten
€ 332.339,72	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00
€ 685.000,00	0,8	€ 0,00	-	€ 0,00

Sicherheit

nomineller Sicherheitenwert	Sicherheitenart	an Objekt	für Konto
€ 1.815.086,13	immobil	1	alle
€ 2.082.738,95	mobil	-	alle
€ 3.340.000,00	immobil	2	alle
€ 2.004.000,00	mobil	-	alle
€ 2.004.000,00	mobil	-	alle
€ 42.672,00	mobil	-	alle

Segment 333						
Kundendaten	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**	
	€ 80.000,00		€ 3.500,00		€ 0,00	
	Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**		**Rating**	
	€ 2.500,00	€ 4.000,00	3,8		14	
Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**	
	€ 15.313,58 € 6.212,91	8,30 v.H. 9,00 v.H.	€ 500,00 € 511,29	mtl. mtl.	variabel variabel	
Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**	
	€ 8.403,73		€ 5.000,00		12,25 v.H.	
Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**	
	-	-	-	-	-	
Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**		**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**	
	€ 665.521,00		mobil	-	1, 2, 3*	

Es besteht in diesem Fall eine zweckgebundene, kontobezogene Sicherheit, die die Überziehung des Girokontos nicht abdeckt.

Segment 341						
Kundendaten	Bilanzsumme		Jahresüberschuss		Eigenkapital	
	€ 1.013.988,00		€ 265.567,00		€ 394.379,00	
	Zinsaufwendungen		Abschreibungen		Cash-Flow-Rate	Rating
	€ 25.826,00		€ 162.490,00		32,2	5
Darlehen	Kontosaldo	Zins	Rate		Rhythmus	Fälligkeit
	-	-	-		-	-
Giro	Kontosaldo		Kontolimit			Zins
	€ 24.916,81		€ 25.600,00			11,75 v.H.
Objekt	Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate		Rhythmus	Summe Vorlasten
	€ 3.255.000,00	0,8	-		-	€ 995.000,00
Sicherheit	nomineller Sicherheitenwert		Sicherheitenart		an Objekt	für Konto
	€ 25.600,00		immobil		1	1

Segment 342						
Kundendaten	Bilanzsumme		Jahresüberschuss		Eigenkapital	
	€ 385.547,00		€ 101.710,00		€ 0,00	
	Zinsaufwendungen		Abschreibungen		Cash-Flow-Rate	Rating
	€ 22.032,00		€ 16.088,00		51,5	10
Darlehen	Kontosaldo	Zins	Rate		Rhythmus	Fälligkeit
	€ 485,73 € 331,78	7,00 v.H. 9,50 v.H.	€ 526,63 € 331,78		halbjährl. mtl.	31.03.2004 variabel
Giro	Kontosaldo		Kontolimit			Zins
	€ 5.511,02		€ 5.150,00			12,25 v.H.
Objekt	Beleihungswert	Grenze	Abschreibungs-rate		Rhythmus	Summe Vorlasten
	-	-	-		-	-
Sicherheit	nomineller Sicherheitenwert		Sicherheitenart		an Objekt	für Konto
	€ 1.012,36 € 34.512,20 € 11.184,51		mobil mobil mobil		- - -	alle alle alle

Segment 343						
Kundendaten	**Bilanzsumme**		**Jahresüberschuss**		**Eigenkapital**	
	€ 119.480,39		€ 15.353,20		€ 0,00	
	Zinsaufwendungen	**Abschreibungen**	**Cash-Flow-Rate**	**Rating**		
	€ 4.093,82	€ 11.353,14	8,1	13		
Darlehen	**Kontosaldo**	**Zins**	**Rate**	**Rhythmus**	**Fälligkeit**	
	€ 78.244,91	6,13 v.H.	€ 0,00	-	variabel	
	€ 8.606,24	2,40 v.H.	€ 0,00	-	variabel	
	€ 8.197,72	2,40 v.H.	endfällig	-	31.01.2006	
	€ 5.112,93	6,00 v.H.	€ 1.022,58	halbjährl.	31.03.2005	
	€ 50.000,00	6,50 v.H.	€ 5.000,00	halbjährl.	31.03.2008	
Giro	**Kontosaldo**		**Kontolimit**		**Zins**	
	€ 15.954,67		€ 20.500,00		11,50 v.H.	
Objekt	**Beleihungswert**	**Grenze**	**Abschreibungs-rate**	**Rhythmus**	**Summe Vorlasten**	
	-	-	-	-	-	
Sicherheit	**nomineller Sicherheitenwert**	**Sicherheitenart**	**an Objekt**	**für Konto**		
	€ 58.798,57	mobil	-	alle		
	€ 53.174,36	mobil	-	alle		
	€ 53.174,36	mobil	-	alle		
	€ 20.500,00	mobil	-	alle		
	€ 6.135,51	mobil	-	alle		
	€ 25.564,59	mobil	-	alle		
	€ 25.564,59	mobil	-	alle		
	€ 50.000,00	mobil	-	alle		
	€ 50.000,00	mobil	-	alle		

Abbildung IX.1: Vorstellung der Beispielunternehmen für die einzelnen Segmente der empirischen Datenbasis

Es sei darauf hingewiesen, dass die Daten in anonymisierter Form zur Verfügung gestellt wurden. Zudem wurden die Datensätze der Beispielunternehmen zusätzlich verfremdet, nachdem nicht die konkreten Beispiele im Vordergrund stehen, sondern die Demonstration der Datenverarbeitung durch das Multifunktionale Modell zur Kreditrisikoquantifizierung (MMKRQ).

Anhang X: Übersicht über die empirische Datenbasis

Lfd. Nr.	Faktor bzw. Indikator	Quelle	Datenbank	Kategorisierung
1	Kundensatznummer	Haspa AG	Kunden	Stammdaten
2	Kundensegment	Haspa AG	Kunden	Stammdaten
3	Gewerbezuordnung	Haspa AG	Kunden	Stammdaten
4	Branche	Haspa AG	Kunden	Stammdaten
5	Gründungsdatum	Haspa AG	Kunden	Stammdaten
6a	Rechtsform	Haspa AG	Kunden	Stammdaten
6b	Datum der Annahme der derzeitigen Rechtsform	Haspa AG	Kunden	Stammdaten
7	Datum der Aufnahme der Kundenbeziehung zur Haspa AG	Haspa AG	Kunden	Stammdaten
8	Bonitätskennzeichen	Haspa AG	Kunden	Stammdaten
9	Ursprungsjahr des Stamm-datensatzes	Haspa AG	Kunden	Stammdaten
10	Segmentzuordnung	MMKRQ	Kunden	Stammdaten
11	Geldmittel	Haspa AG	Kunden	Aktiva
12	Minuskapital	Haspa AG	Kunden	Aktiva
13	Wertpapiere	Haspa AG	Kunden	Aktiva
14	Kurzfristige Verbindlichkei-ten	Haspa AG	Kunden	Passiva
15	Langfristige Verbindlichkei-ten	Haspa AG	Kunden	Passiva
16	Kundenanzahlungen (bis zur Höhe der unfertigen Er-zeugnisse)	Haspa AG	Kunden	Passiva
17	Pensionsrückstellungen	Haspa AG	Kunden	Passiva
18	Gesellschafterdarlehen	Haspa AG	Kunden	Passiva
19	Eigenkapital	Haspa AG	Kunden	Passiva
20	Bilanzsumme	Haspa AG	Kunden	Passiva
21	Gesamtleistung (Erlöse aus Lieferungen und Leistungen abzgl. Erlösschmälerungen, Skonti, Rabatte, bereinigt um Bestandserhöhungen bzw. -minderungen)	Haspa AG	Kunden	Bilanz / GuV
22	Zinsaufwendungen	Haspa AG	Kunden	Bilanz / GuV
23	Abschreibungen (planmä-ßig)	Haspa AG	Kunden	Bilanz / GuV
24	Betriebsergebnis	Haspa AG	Kunden	Bilanz / GuV
25	Volatilität des Betriebser-gebnisses	Haspa AG	Kunden	Bilanz / GuV
26	Bilanzjahr	Haspa AG	Kunden	Bilanz / GuV
27	Ergebnis der gewöhnlichen Geschäftstätigkeit			Bilanz / GuV
28	Außerordentliches Ergebnis			Bilanz / GuV

Lfd. Nr.	Faktor bzw. Indikator	Quelle	Datenbank	Kategorisierung
29	Sonderposten mit Rücklageanteil in Höhe des Eigenkapitalanteils (Betrag der allein nach steuerrechtlichen Vorschriften vorgenommenen Abschreibungen. Wahlrecht zur direkten oder indirekten Abschreibung über den Sonderposten mit Rücklageanteil)			Bilanz / GuV
30	Unterschiedsbetrag bei Vorratssammelbewertung in Höhe des Eigenkapitalanteils (Unterschiedsbetrag bei Vorratsbewertung mittels Gruppen-, Durchschnitts- oder Verbrauchsfolgeverfahren zum letzten Börsen- oder Marktpreis)			Bilanz / GuV
31	Außerplanmäßige Abschreibungen im Umlaufvermögen auf den niedrigeren Zukunftswert in Höhe des Eigenkapitalanteils (Abschreibungswahlrecht auf den niedrigeren Stichtagswert bei vorübergehender Wertminderung im Finanzanlagevermögen)			Bilanz / GuV
32	Allein aus steuerrechtlichen Gründen vorgenommene Abschreibungen auf das Anlagevermögen oder Umlaufvermögen in Höhe des eigenkapitalanteils (Betrag der allein nach steuerrechtlichen Vorschriften vorgenommenen Abschreibungen. Wahlrecht zur direkten oder indirekten Abschreibung über den Sonderposten mit Rücklageanteil)			Bilanz / GuV
33	Bereinigtes Jahresergebnis			Bilanz / GuV
34	Eigenmittelquote	Haspa AG	Kunden	Bilanzanalyse
35	Chash-Flow-Rate	Haspa AG	Kunden	Bilanzanalyse
36	Umsatzrentabilität	Haspa AG	Kunden	Bilanzanalyse
37	Entschuldung in jahren	Haspa AG	Kunden	Bilanzanalyse
38	Gesamtkapitalverzinsung	Haspa AG	Kunden	Bilanzanalyse
39	Eigenkapitalverzinsung	Haspa AG	Kunden	Bilanzanalyse

Lfd. Nr.	Faktor bzw. Indikator	Quelle	Datenbank	Kategorisierung
40	Ergebnis der Bilanzanalyse	Haspa AG	Kunden	Bilanzanalyse
41	Analysejahr	Haspa AG	Kunden	Bilanzanalyse
42	Analysedatum	Haspa AG	Kunden	Bilanzanalyse
43	Jahresüberschuss	Haspa AG	Kunden	EÜR
44	Abschreibungen	Haspa AG	Kunden	EÜR
45a	Zu versteuerndes Einkommen	Haspa AG	Kunden	EÜR
45b	Datum des Einkommensteuerbescheides	Haspa AG	Kunden	EÜR
46	Datum der Einnahmen-Überschuss-Rechnung	Haspa AG	Kunden	EÜR
47	Individuelle Bezeichnung des Ratingverbundes	Haspa AG	Kunden	Rating
48	Ratingart	Haspa AG	Kunden	Rating
49	Gesamtratingnote	Haspa AG	Kunden	Rating
50	Gesamtratingnote (ohne eventuelle Korrekturen)	Haspa AG	Kunden	Rating
51	Ergebnis Kontoführung	Haspa AG	Kunden	Rating
52	Ergebnis Management	Haspa AG	Kunden	Rating
53	Ergebnis Branchenprognose	Haspa AG	Kunden	Rating
54	Bilanzpunkte	Haspa AG	Kunden	Rating
55	Ratingjahr	Haspa AG	Kunden	Rating
56	Ratingdatum	Haspa AG	Kunden	Rating
57	Sachlichkeit	Haspa AG	Kunden	Managementbeurteilung
58	Fortschrittlichkeit	Haspa AG	Kunden	Managementbeurteilung
59	Entscheidungsfähigkeit	Haspa AG	Kunden	Managementbeurteilung
60	Zuverlässigkeit	Haspa AG	Kunden	Managementbeurteilung
61	Kostenbewusstsein	Haspa AG	Kunden	Managementbeurteilung
62	Überzeugungskraft	Haspa AG	Kunden	Managementbeurteilung
63	Sorgfältigkeit	Haspa AG	Kunden	Managementbeurteilung
64	Kaufmännische Unternehmensführung	Haspa AG	Kunden	Managementbeurteilung
65	Leistungsfähigkeit Rechnungswesen	Haspa AG	Kunden	Managementbeurteilung
66	Vorlage Jahresabschlüsse	Haspa AG	Kunden	Managementbeurteilung
67	Entwicklung Substanz zu Umsatz	Haspa AG	Kunden	Managementbeurteilung
68	Investitionsverhalten	Haspa AG	Kunden	Anzeichen Unternehmensgefährdung
69	Informationsbereitschaft	Haspa AG	Kunden	Anzeichen Unternehmensgefährdung
70	Auftragslage	Haspa AG	Kunden	Anzeichen Unternehmensgefährdung
71	Kapazitätsauslastung	Haspa AG	Kunden	Anzeichen Unternehmensgefährdung
72	Personalentwicklung	Haspa AG	Kunden	Anzeichen Unternehmensgefährdung

Lfd. Nr.	Faktor bzw. Indikator	Quelle	Datenbank	Kategorisierung
73	Wettbewerbssituation	Haspa AG	Kunden	Anzeichen Unternehmensgefährdung
74	Fertigungsmethode	Haspa AG	Kunden	Anzeichen Unternehmensgefährdung
75	Exportabhängigkeit	Haspa AG	Kunden	Anzeichen Unternehmensgefährdung
76	Lieferantenabhängigkeit	Haspa AG	Kunden	Anzeichen Unternehmensgefährdung
77	Kundenabhängigkeit	Haspa AG	Kunden	Anzeichen Unternehmensgefährdung
78	Produktabhängigkeit	Haspa AG	Kunden	Anzeichen Unternehmensgefährdung
79	Darlehenskontonummer	Haspa AG	Darlehenskonten	Grunddaten
80	Kundensatznummer des Schuldners	Haspa AG	Darlehenskonten	Grunddaten
81	Darlehenskontoart (Baufinanzierung, Investitionsdarlehen)	Haspa AG	Darlehenskonten	Grunddaten
82	Sonderform (Konsortialdarlehen, Treuhandkredite, Weiterleitungsdarlehen)	Haspa AG	Darlehenskonten	Grunddaten
83	Verwendungszweck	Haspa AG	Darlehenskonten	Grunddaten
84	Zustand	Haspa AG	Darlehenskonten	Grunddaten
85	Bewilligungsdatum	Haspa AG	Darlehenskonten	Volumen
86	Bewilligungssumme	Haspa AG	Darlehenskonten	Volumen
87	aktuelle Inanspruchnahme	Haspa AG	Darlehenskonten	Volumen
88	Zinsgestaltung (fest, variabel, variabel mit Zinsober- und / oder Zinsuntergrenze)	Haspa AG	Darlehenskonten	Zinsen
89	Zinszahlungsform	Haspa AG	Darlehenskonten	Zinsen
90	Zinsrhythmus	Haspa AG	Darlehenskonten	Zinsen
91	Datum der nächsten Zinsanpassung	Haspa AG	Darlehenskonten	Zinsen
92	Ablaufdatum der Zinsvereinbarung	Haspa AG	Darlehenskonten	Zinsen
93	Nomineller Zinssatz	Haspa AG	Darlehenskonten	Zinsen
94	Zukünftiger nomineller Zinssatz	Haspa AG	Darlehenskonten	Zinsen
95	Effektivzinssatz	Haspa AG	Darlehenskonten	Zinsen
96	Annuitätenrate	Haspa AG	Darlehenskonten	Raten
97	Tilgungsrate	Haspa AG	Darlehenskonten	Raten
98	Ratenrhythmus	Haspa AG	Darlehenskonten	Raten
99	Realkreditanteil	Haspa AG	Darlehenskonten	Ausfallgefährdung
100	Mahnzustand	Haspa AG	Darlehenskonten	Ausfallgefährdung
101	Girokontonummer	Haspa AG	Girokonten	Grunddaten
102	Kundensatznummer des Schuldners	Haspa AG	Girokonten	Grunddaten

Lfd. Nr.	Faktor bzw. Indikator	Quelle	Datenbank	Kategorisierung
103	Girokontoart (privat, gewerblich)	Haspa AG	Girokonten	Grunddaten
104	Girokreditart (Dispo, KKK)	Haspa AG	Girokonten	Grunddaten
105	Eingeräumtes Kreditlimit	Haspa AG	Girokonten	Volumen
106	aktuelle Inanspruchnahme	Haspa AG	Girokonten	Volumen
107	Nomineller Zinssatz	Haspa AG	Girokonten	Zinsen
108	Effektivzinssatz	Haspa AG	Girokonten	Zinsen
109	Überziehungstage	Haspa AG	Girokonten	Ausfallgefährdung
110	Sicherheitennummer	Haspa AG	Sicherheiten	Grunddaten
111	Kundensatznummer des Sicherheitengebers	Haspa AG	Sicherheiten	Grunddaten
112	Objektnummer	Haspa AG	Sicherheiten	Grunddaten
113	Sicherheitenart	Haspa AG	Sicherheiten	Grunddaten
114	Sicherheitentyp	Haspa AG	Sicherheiten	Grunddaten
115	Nomineller Wert der Sicherheit	Haspa AG	Sicherheiten	Volumen
116	Satzungsgemäßer Anteil der Sicherheit	Haspa AG	Sicherheiten	Volumen
117	Objektnummer	Haspa AG	Objekte	Grunddaten
118	Objektart	Haspa AG	Objekte	Grunddaten
119	Nutzungsart	Haspa AG	Objekte	Grunddaten
120	Verkehrswert	Haspa AG	Objekte	Volumen
121	Ertragswert	Haspa AG	Objekte	Volumen
122	Beleihungswert	Haspa AG	Objekte	Volumen
123	Beleihungsgrenze	Haspa AG	Objekte	Volumen
124	Realkreditanteil	Haspa AG	Objekte	Volumen
125	Beleihungsauslauf	Haspa AG	Objekte	Volumen
126	Abschreibungsrate	Haspa AG	Objekte	Volumen
127	Abschreibungsrhythmus	Haspa AG	Objekte	Volumen
128	Nominelle Vorlasten in Abteilung II	Haspa AG	Objekte	Volumen
129	In Anspruch genommene Vorlasten in Abteilung II	Haspa AG	Objekte	Volumen
130	Vorlasten in Abteilung III	Haspa AG	Objekte	Volumen
131	Verwertungsnummer	Haspa AG	Verwertungserlös	-
132	(aktueller) Beleihungswert	Haspa AG	Verwertungserlös	-
133	Gesamtverwertungserlös	Haspa AG	Verwertungserlös	-
134	Ein Jahr Zinsbindung	Haspa AG	Kalkulation	Einstandszinssatz
135	Zwei Jahre Zinsbindung	Haspa AG	Kalkulation	Einstandszinssatz
136	Drei Jahre Zinsbindung	Haspa AG	Kalkulation	Einstandszinssatz
137	Vier Jahre Zinsbindung	Haspa AG	Kalkulation	Einstandszinssatz
138	Fünf Jahre Zinsbindung	Haspa AG	Kalkulation	Einstandszinssatz
139	Sechs Jahre Zinsbindung	Haspa AG	Kalkulation	Einstandszinssatz
140	Sieben Jahre Zinsbindung	Haspa AG	Kalkulation	Einstandszinssatz
141	Acht Jahre Zinsbindung	Haspa AG	Kalkulation	Einstandszinssatz
142	Neun Jahre Zinsbindung	Haspa AG	Kalkulation	Einstandszinssatz
143	Zehn Jahre Zinsbindung	Haspa AG	Kalkulation	Einstandszinssatz
144	Fünfzehn Jahre Zinsbindung	Haspa AG	Kalkulation	Einstandszinssatz

Lfd. Nr.	Faktor bzw. Indikator	Quelle	Datenbank	Kategorisierung
145	Bruttoinlandsprodukt in der BRD (1995-2005)	DESTATIS, S. 630	Makroökonomische Daten	allgemein
146	Inflationsrate in der BRD (1995-2005)	DESTATIS, S. 495	Makroökonomische Daten	allgemein
147	Ölpreis (2000-2005)	DESTATIS, S. 512	Makroökonomische Daten	allgemein
148	Arbeitslosenzahl / -quote in der BRD (1995-2005)	DESTATIS, S. 68	Makroökonomische Daten	allgemein
149	Erwerbstätigenzahl / -quote in der BRD (1995-2005)	DESTATIS, S. 68	Makroökonomische Daten	allgemein
150	Insolvenzen in der BRD (2001-2005)	DESTATIS, S. 495	Makroökonomische Daten	allgemein
151	Wechselkurse € / US$	Haspa AG (Internet)	Makroökonomische Daten	allgemein
152	Wechselkurse € / ¥	Haspa AG (Internet)	Makroökonomische Daten	allgemein
153a	Bruttoinlandsprodukt in der HH (1991-2004), insgesamt	Statistikamt Nord, S. 188 f.	Makroökonomische Daten	regional
153b	Bruttoinlandsprodukt in der HH (1991-2004), jeweils in den Wirtschaftsbereichen Land- und Forstwirtschaft, Fischerei, produzierendes Gewerbe ohne Baugewerbe, Baugewerbe, Handel, Gastgewerbe und Verkehr, Finanzierung, Vermietung und Unternehmensdienstleister sowie öffentliche und private Dienstleister	Statistikamt Nord, S. 188 f.	Makroökonomische Daten	regional, branchenspezifisch
154	Arbeitslosenzahl / -quote in der HH (1970-2005)	Statistikamt Nord, S. 107 f.	Makroökonomische Daten	regional
155a	Erwerbstätigenzahl / -quote in der HH (1991-2004), insgesamt	Statistikamt Nord, S. 101 f.	Makroökonomische Daten	regional

Lfd. Nr.	Faktor bzw. Indikator	Quelle	Datenbank	Kategorisierung
155b	Erwerbstätigenzahl / -quote in der HH (1991-2004), jeweils in den Wirtschaftsbereichen Land- und Forstwirtschaft, Fischerei, produzierendes Gewerbe ohne Baugewerbe, Baugewerbe, Handel, Gastgewerbe und Verkehr, Finanzierung, Vermietung und Unternehmensdienstleister sowie öffentliche und private Dienstleister	Statistikamt Nord, S. 101 f.	Makroökonomische Daten	regional, branchenspezifisch
156a	Sozialversicherungspflichtig Beschäftigte in der HH (1998-2004), insgesamt	Statistikamt Nord, S. 103	Makroökonomische Daten	regional
156b	Sozialversicherungspflichtig Beschäftigte in der HH (1998-2004), jeweils in den Wirtschaftsbereichen Land- und Forstwirtschaft, Fischerei, Fischzucht, produzierendes Gewerbe ohne Baugewerbe, Baugewerbe, Handel, Gastgewerbe, Verkehr und Nachrichtenübermittlung, Finanzierung, Vermietung und Unternehmensdienstleister sowie öffentliche Verwaltung, öffentliche und private Dienstleister (ohne öffentliche Verwaltung)	Statistikamt Nord, S. 103	Makroökonomische Daten	regional, branchenspezifisch
157a	Arbeitnehmerentgelt in der HH (1991-2004), insgesamt	Statistikamt Nord, S. 191	Makroökonomische Daten	regional
157b	Arbeitnehmerentgelt in der HH (1991-2004), jeweils in den Wirtschaftsbereichen Land- und Forstwirtschaft, Fischerei, produzierendes Gewerbe ohne Baugewerbe, Baugewerbe, Handel, Gastgewerbe und Verkehr, Finanzierung, Vermietung und Unternehmensdienstleister sowie öffentliche und private Dienstleister	Statistikamt Nord, S. 191	Makroökonomische Daten	regional, branchenspezifisch

Lfd. Nr.	Faktor bzw. Indikator	Quelle	Datenbank	Kategorisierung
158	Insolvenzen in der HH (1999-2004)	Statistikamt Nord, S. 195	Makroökonomische Daten	regional
159	Betriebe im verarbeitenden Gewerbe in der HH (1980-2004)	Statistikamt Nord, S. 137	Makroökonomische Daten	branchenspezifisch, regional
160	Beschäftigte im verarbeitenden Gewerbe in der HH (1980-2004)	Statistikamt Nord, S. 137	Makroökonomische Daten	branchenspezifisch, regional
161	Gesamtumsatz im verarbeitenden Gewerbe in der HH (1980-2004)	Statistikamt Nord, S. 137	Makroökonomische Daten	branchenspezifisch, regional
162	Beschäftigte im Gastgewerbe in der HH (1982-2004)	Statistikamt Nord, S. 165	Makroökonomische Daten	branchenspezifisch, regional
163	Umsatz im Gastgewerbe in der HH (1982-2004)	Statistikamt Nord, S. 165	Makroökonomische Daten	branchenspezifisch, regional
164	Umsatz im Einzelhandel, Großhandel und Gastgewerbe in der HH (2003-2004)	Statistikamt Nord, S. 167	Makroökonomische Daten	branchenspezifisch, regional
165	Güterverkehr über See in der HH (1970-2004)	Statistikamt Nord, S. 179	Makroökonomische Daten	branchenspezifisch, regional
166	Containerverkehr über See in der HH (1970-2004)	Statistikamt Nord, S. 180	Makroökonomische Daten	branchenspezifisch, regional

Abbildung X.1: Übersicht über die empirische Datenbasis

Unter Kurzbegriffen verwendete Quellen:

„DESTATIS“:	STATISTISCHES BUNDESAMT [Jahrbuch 2006]
„Haspa AG“:	Von der Hamburger Sparkasse AG exklusiv für diese Untersuchung zur Verfügung gestellte Daten
„Haspa AG (Internet)“:	HAMBURGER SPARKASSE AG [Börseninformationen 2007]
„MMKRQ“:	Multifunktionales Modell zur Kreditrisikoquantifizierung
„Statistikamt Nord“:	STATISTISCHES AMT FÜR HAMBURG UND SCHLESWIG-HOLSTEIN [Statistisches Jahrbuch Hamburg 2006]

Anhang XI: Überblick über die Ergebnisse der Linearen Regression für alle Segmente

Segment	c_s		$r_{GK,k,t-1}$		$ASQ_{k,t}$		$CFR_{k,t}$		$EKQ_{k,t}$		$ZAQ_{k,t}$		R^2	Anzahl
	c	t	w_1	t	w_2	t	w_3	t	w_4	t	w_5	t		
111	0,021	3,841	0,809	29,810			0,015	13,398			0,909	2,710	0,742	337
112	0,008	2,052	0,897	36,670			0,013	19,675			-0,028	-0,115	0,791	400
113	-0,003	-0,370	0,907	12,212			0,019	26,945			5,372	5,372	0,947	108
121	0,035	1,907	0,767	23,529							1,441	6,681	0,770	169
122	0,074	2,943	0,727	13,414	-0,431	-2,466			0,056	0,325	4,448	3,055	0,481	220
123	-0,016	-1,184	0,869	12,631					0,219	0,949	1,049	1,469	0,566	127
131	0,021	1,871	0,851	22,885			0,004	3,880			-0,406	-0,469	0,777	152
132	0,015	1,515	0,871	21,504			0,007	4,622			3,117	7,347	0,648	267
133	0,001	0,149	0,978	19,782			0,002	4,074			-0,682	-1,926	0,761	153
141	0,025	2,342	0,719	14,566					0,114	1,704	2,284	3,524	0,469	255
142	0,051	4,448	0,628	9,465	0,545	1,921			-0,440	-4,755	-3,072	-5,340	0,226	479
143	0,014	2,270	0,240	7,750			0,009	12,246			-1,375	-3,440	0,539	151
211 + 311	0,068 (0,070)	4,622 (5,135)	0,619 (0,587)	13,608 (13,810)	0,735 (0,532)	1,535 (1,198)					-1,874 (-1,818)	-2,208 (-2,285)	0,550 (0,565)	168 + 3
212 + 312	0,062 (0,049)	7,160 (5,641)	0,635 (0,691)	20,226 (21,496)	0,211 (0,327)	0,880 (1,379)	0,001 (0,001)	6,356 (6,295)	0,242 (0,252)	3,165 (3,419)	-0,593 (-0,181)	-1,330 (-0,412)	0,558 (0,597)	357 + 15
213 + 313	0,025 (0,025)	2,294 (2,133)	0,457 (0,452)	8,688 (8,054)	1,144 (1,151)	3,948 (3,801)	0,002 (0,002)	5,137 (4,941)	0,448 (0,424)	3,830 (3,222)	-1,161 (-1,172)	-1,884 (-1,822)	0,434 (0,424)	145 + 10

Abbildung XI.1: Überblick über die Ergebnisse der Linearen Regression für alle Segmente

Segment	c_s		$r_{GK,k,t-1}$		$ASQ_{k,t}$		$CFR_{k,t}$		$EKQ_{k,t}$		$ZAQ_{k,t}$		R^2	Anzahl
	c	t	w_1	t	w_2	t	w_3	t	w_4	t	w_5	t		
221 + 321	0,155 (0,159)	5,113 (5,197)	0,631 (0,621)	16,021 (15,342)	0,685 (0,661)	1,843 (1,776)	0,009 (0,010)	4,046 (4,076)	0,298 (0,261)	2,039 (1,743)	1,727 (1,661)	1,262 (1,214)	0,581 (0,563)	208 + 1
222 + 322	0,137 (0,142)	5,825 (5,684)	0,611 (0,595)	16,038 (14,160)			0,014 (0,016)	9,085 (9,110)	0,390 (0,374)	3,371 (3,093)	3,853 (4,184)	5,573 (5,960)	0,556 (0,523)	249 + 18
223 + 323	-0,012 (-0,007)	-0,622 (-0,345)	0,625 (0,630)	8,573 (8,815)	0,682 (1,295)	1,631 (2,747)					1,530 (1,478)	5,632 (5,533)	0,460 (0,487)	126 + 2
231 + 331	0,145 (0,141)	4,635 (4,483)	0,403 (0,416)	4,954 (5,083)	0,046 (0,012)	0,142 (0,036)	0,001 (0,002)	1,715 (2,211)	0,107 (0,099)	0,517 (0,476)	-2,468 (-2,337)	-1,408 (-1,329)	0,223 (0,237)	113 + 2
232 + 332	0,033 (0,033)	1,780 (1,747)	0,791 (0,782)	23,184 (22,567)	0,246 (0,249)	1,073 (1,080)	0,019 (0,018)	8,946 (8,198)	0,629 (0,651)	3,561 (3,648)	1,881 (1,856)	2,658 (2,601)	0,779 (0,773)	180 + 5
233 + 333	0,010 (0,008)	0,663 (0,540)	0,637 (0,612)	10,540 (10,013)	-1,157 (-0,976)	-2,774 (-2,261)					1,722 (1,104)	2,168 (1,309)	0,585 (0,575)	83 + 3
241 + 341	0,056 (0,064)	3,043 (3,240)	0,656 (0,630)	19,614 (15,546)	-0,346 (-0,374)	-1,426 (-1,504)			0,456 (0,445)	4,115 (3,870)			0,671 (0,576)	208 + 8
242 + 342	0,037 (0,039)	2,361 (2,464)	0,833 (0,817)	20,150 (18,907)	0,838 (0,744)	3,234 (2,918)	0,008 (0,007)	6,671 (6,117)	0,016 (0,060)	0,197 (0,731)	-0,921 (-0,909)	-1,898 (-1,879)	0,573 (0,549)	314 + 13
243 + 343	0,019 (0,004)	1,530 (0,453)	0,366 (0,433)	4,582 (7,582)					0,696 (0,694)	2,937 (3,815)	-0,666 (-0,680)	-2,464 (-3,281)	0,184 (0,344)	153 + 1
x5x	0,045	2,669	0,679	11,534			0,006	8,029	-0,422	-5,193	-1,599	-1,547	0,618	124

Die Klammerwerte gelten für die alleinige Untersuchung des jeweiligen Segmentes 2xx (ohne das entsprechende Segment 3xx).

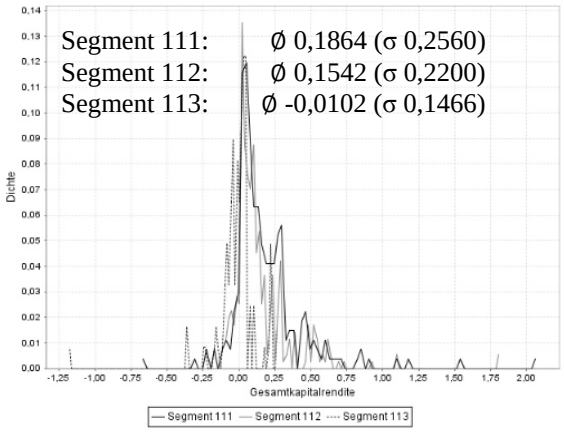
In der letzten Spalte wird die Anzahl der in die Regression eingeflossenen Kreditnehmerdatensätze wiedergegeben.

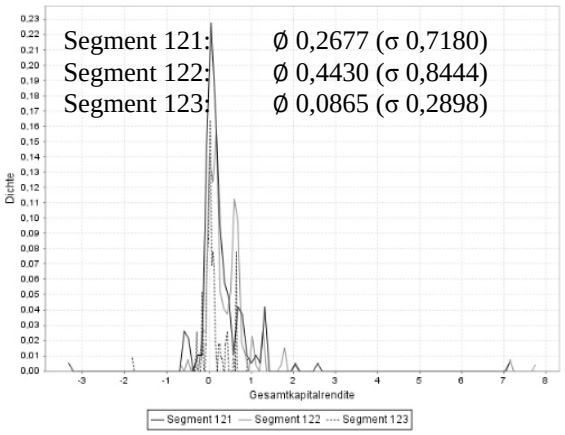
Zu der Segmentschlüsselsystematik sei nochmals auf Abbildung 5.3 in Unterabschnitt 5.1.2 verwiesen.

F_n n-ter Einflussfaktor
w_n Mappingkoeffizient des n-ten Einflussfaktors
t_n t-Wert des n-ten Einflussfaktors
c Konstante
ASQ_t Abschreibungsquote zum Zeitpunkt t
CFR_t Cash-Flow-Rate zum Zeitpunkt t
EKQ_t Eigenkapitalquote zum Zeitpunkt t
ZAQ_t Zinsaufwendungsquote zum Zeitpunkt t
R^2 Bestimmtheitsmaß

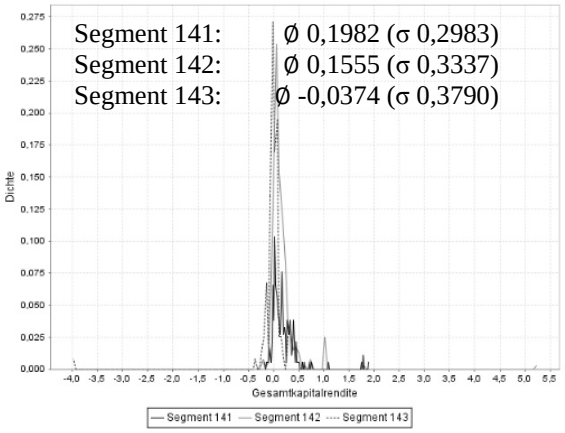
Anhang XII: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen Gesamtkapitalrenditen auf Basis des klassischen und des schätzfehlerbasierten Verfahrens der Historischen Simulation

Segmente 1xx

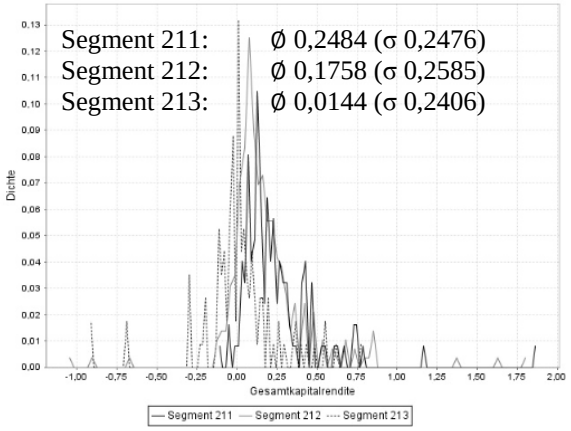




zu den Segmenten 13x s. Abbildung 5.8

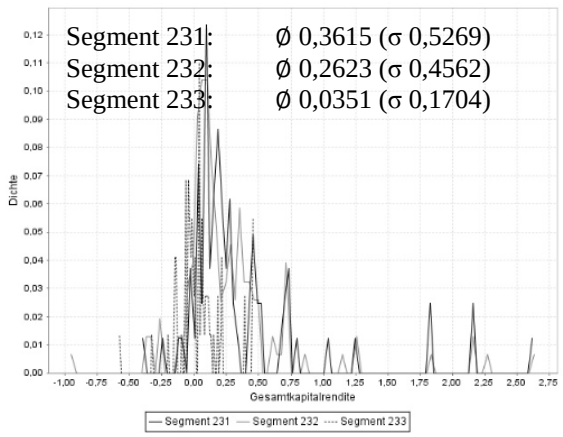


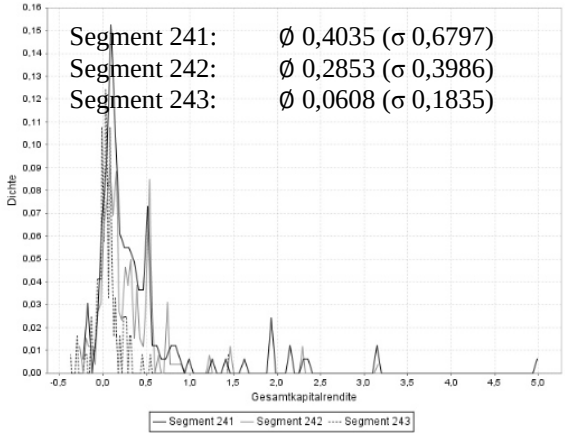
Segmente 2xx



zu den Segmenten 22x s. Abbildung 5.8

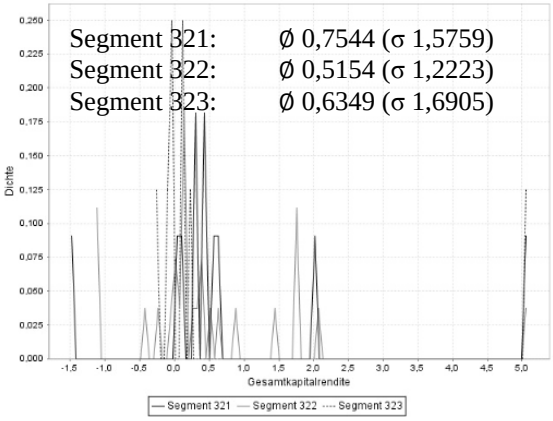
Segmente 2xx

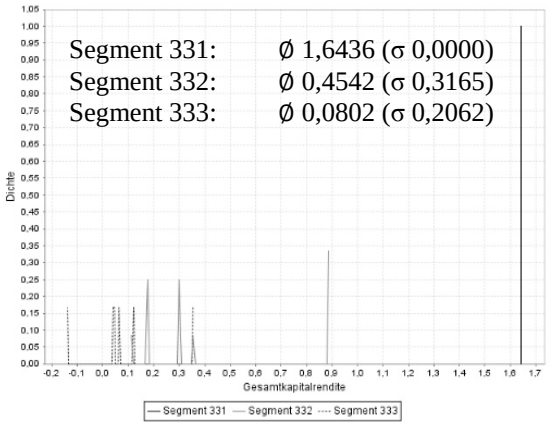




Segmente 3xx

zu den Segmenten 31x s. Abbildung 5.8





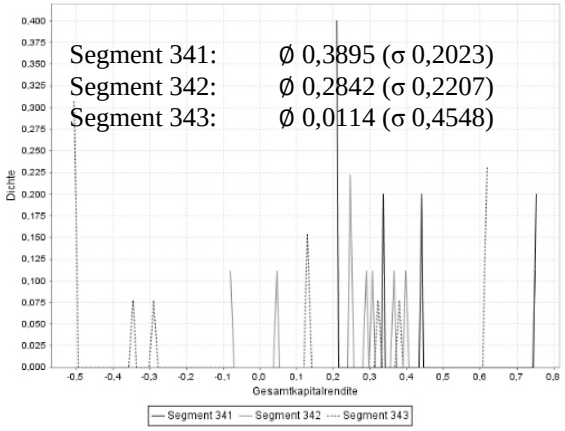
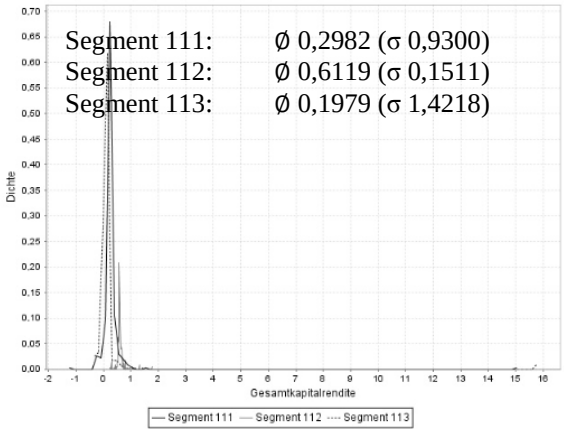
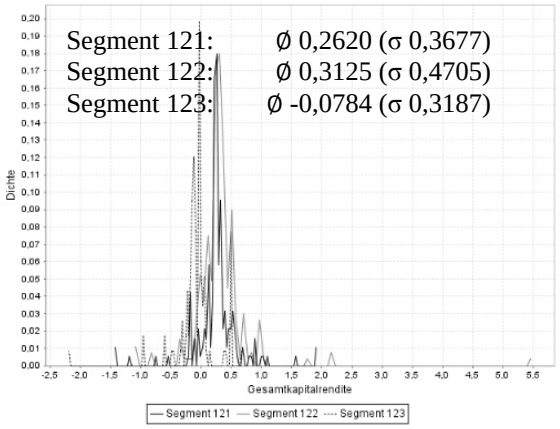


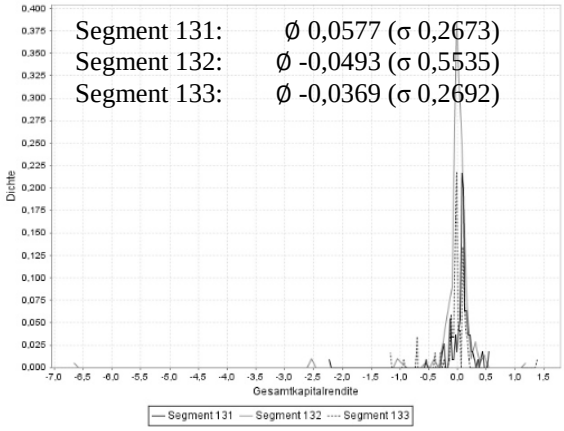
Abbildung XII.1: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen Gesamtkapitalrenditen auf Basis des klassischen Verfahrens der Historischen Simulation

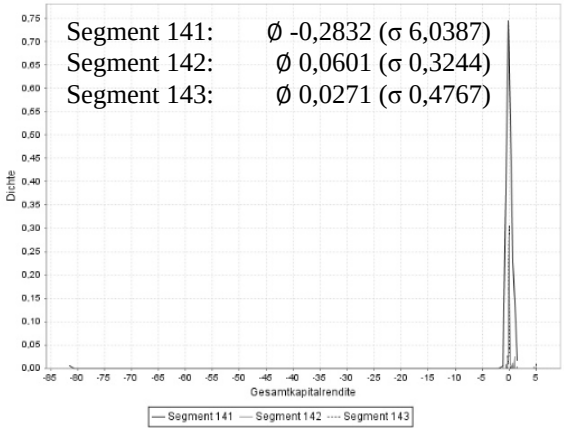
Die Nennung der segment- und verfahrensdurchschnittlichen Gesamtkapitalrenditen und deren Standardabweichung in Klammern ist in der Reihenfolge den Segmenten zuzuordnen, wie sie in der Legende angeführt werden.

Segmente 1xx

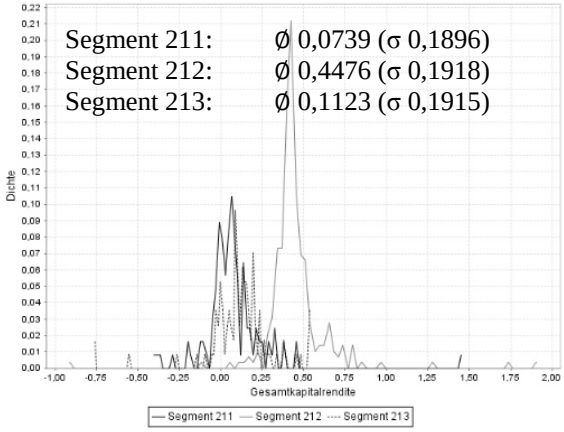


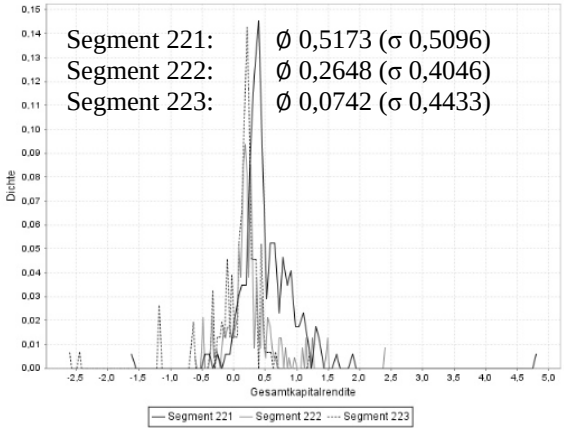


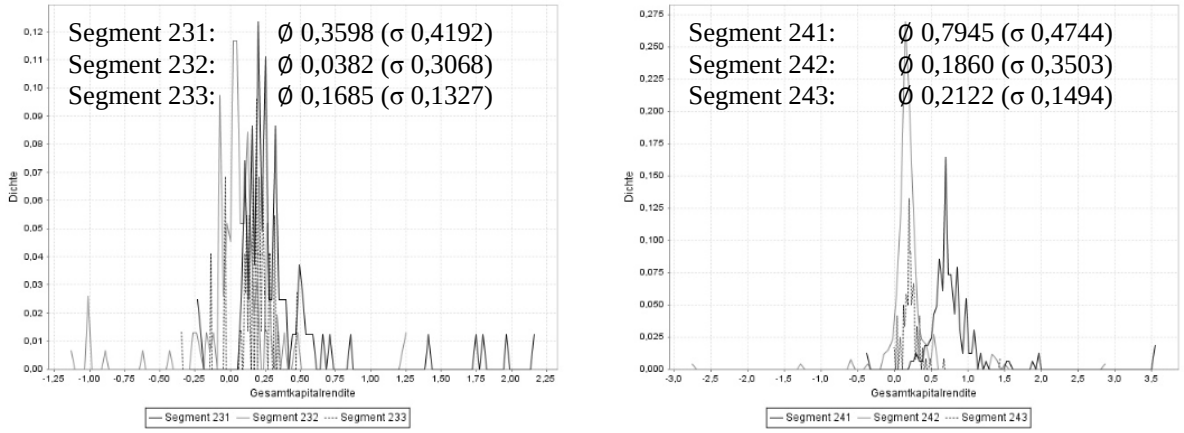




Segmente 2xx







Segmente 3xx

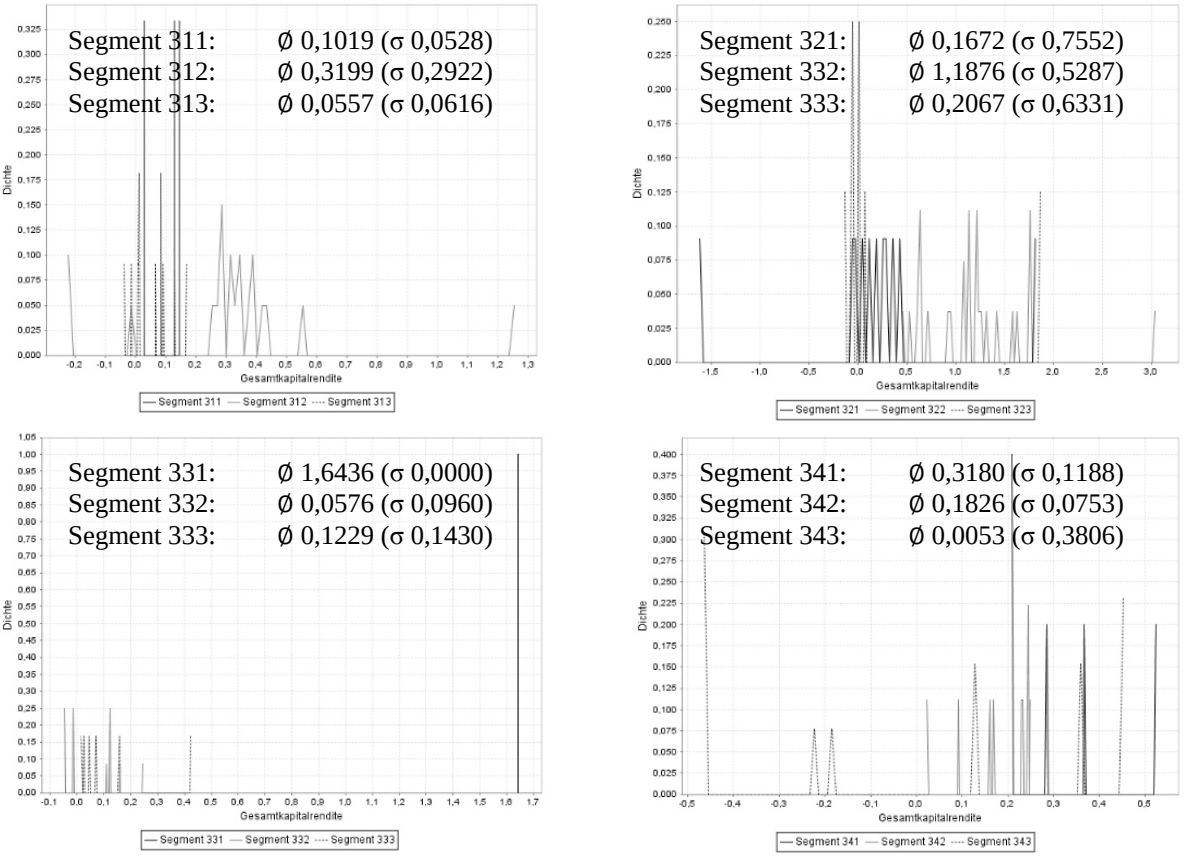


Abbildung XII.2: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen Gesamtkapitalrenditen auf Basis des schätzfehlerbasierten Verfahrens der Historischen Simulation

Die Nennung der segment- und verfahrensdurchschnittlichen Gesamtkapitalrenditen und deren Standardabweichung in Klammern ist in der Reihenfolge den Segmenten zuzuordnen, wie sie in der Legende angeführt werden.

Anhang XIII: Empirische Ergebnisse zu Varianz-Kovarianz-Matrizen und deren Cholesky-Zerlegung

111	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,047445	,000210	-,078087
ZSQ	,000210	,000135	-,004285
CFR	-,078087	-,004285	3.705,70

112	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,021351	,000104	,185583
ZSQ	,000104	,000152	-,006486
CFR	,185583	-,006486	49,235577

113	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,023491	-,000023	-,597939
ZSQ	-,000023	,000127	-,204960
CFR	-,006538	,204960	6.468,40

121	GKR	ZAQ
GKR	,584261	,000299
ZSQ	,000299	,000126

122	GKR	EKQ	ZAQ	ASR
GKR	,584061	,000644	-,00027	-,00227
EKQ	,000644	,013970	,000029	,000235
ZSQ	-,00027	,000029	,000201	,000616
ASR	-,00227	,000235	,000616	,007735

123	GKR	EKQ	ZAQ
GKR	,047756	,003751	,000431
EKQ	,003751	,011137	-,000026
ZSQ	,000431	-,000026	,000240

131	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,060149	,000331	-,168173
ZSQ	,000331	,000090	,001905
CFR	-,168173	,001905	192,580

132	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,053149	,000222	-,659175
ZSQ	,000222	,000137	,014096
CFR	-,659175	,014096	4.409,86

133	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,100452	-,000958	-,333410
ZSQ	-,000958	,000474	-,213883
CFR	-,333410	-,213883	812,528

141	GKR	EKQ	ZAQ
GKR	,058641	-,003083	-,000147
EKQ	-,003083	,013917	-,000072
ZSQ	-,000147	-,000072	,000143

142	GKR	EKQ	ZAQ	ASR
GKR	,042009	-,00566	,000193	-,00068
EKQ	-,00566	,015152	-,00016	,000431
ZSQ	,000193	-,00016	,000244	,000052
ASR	-,00068	,000431	,000052	,001062

143	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,038518	-,000357	4,81268
ZSQ	-,000357	,000179	-,370038
CFR	4,81268	-,370038	8.309,66

211	GKR	ZAQ	ASR
GKR	,092047	-,001042	,000660
ZSQ	-,001042	,000870	,000027
CFR	,000660	,000027	,000415

212	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,0451	-,004	-,000	-,526	,0003
EKQ	-,004	,0127	-,000	,4707	-,000
ZSQ	-,000	-,000	,0002	,0226	,0000
CFR	-,526	,4707	,0226	1669	-,109
ASR	,0003	-,000	,0000	-,109	,0005

213	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,0372	-,001	,0005	-,563	,0004
EKQ	-,001	,0109	,0002	-,084	,0000
ZSQ	,0005	,0002	,0008	,0424	,0015
CFR	-,593	-,084	,0424	658,9	,0812
ASR	,0004	,0000	,0015	,0812	,0039

221	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,5348	,0184	,0005	-1,27	-,007
EKQ	,0184	,0267	-,001	,1103	-,000
ZSQ	,0005	-,001	,0002	,0043	,0003
CFR	-1,27	,1103	,0043	112,4	,0915
ASR	-,007	-,000	,0003	,0915	,0037

222	GKR	EKQ	ZAQ	CFR
GKR	,426505	-,00022	,000920	-1,0071
EKQ	-,00022	,020244	-,00063	-,03468
ZSQ	,000920	-,00063	,000572	-,02077
CFR	-1,0071	-,03468	-,02077	109,197

223	GKR	ZAQ	ASR
GKR	,508413	-,001540	-,013676
ZSQ	-,001540	,001825	,000245
ASR	-,013676	,000245	,001833

231	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,2100	-,022	,0006	-,826	-,011
EKQ	-,022	,0238	-,001	,5248	,0005
ZSQ	,0006	-,001	,0001	-,027	,0000
CFR	-,826	,5248	-,027	126,5	-,012
ASR	-,011	,0005	,0000	-,012	,0076

232	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,2215	-,004	-,000	-,680	,0005
EKQ	-,004	,0063	-,000	-,002	,0002
ZSQ	-,000	-,000	,0003	-,028	,0003
CFR	-,680	-,002	-,028	154,2	,0163
ASR	,0005	,0002	,0003	,0163	,0021

233	GKR	ZAQ	ASR
GKR	,024498	-,000844	-,001052
ZSQ	-,000844	,000969	,001116
ASR	-,001052	,001116	,005576

311	GKR	ZAQ	ASR
GKR	,000634	,000016	-,000102
ZSQ	,000016	,000062	,000024
ASR	-,000102	,000024	,000028

312	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,3252	-,067	,0055	-2,76	-,053
EKQ	-,067	,0199	-,002	,7767	,0146
ZSQ	,0055	-,002	,0002	-,053	-,001
CFR	-2,76	,7767	-,053	41,12	,5925
ASR	-,053	,0146	-,001	,5925	,0123

313	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,0058	-,000	,0001	-,004	,0001
EKQ	-,000	,0009	,0000	,0109	,0000
ZSQ	,0001	,0000	,0003	-,006	,0001
CFR	-,004	,0109	-,006	,8960	-,002
ASR	,0001	,0000	,0001	-,002	,0002

331	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,0000	,0000	,0000	,0000	,0000
EKQ	,0000	,0000	,0000	,0000	,0000
ZSQ	,0000	,0000	,0000	,0000	,0000
CFR	,0000	,0000	,0000	,0000	,0000
ASR	,0000	,0000	,0000	,0000	,0000

332	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,1382	,0000	,0005	-,046	,0085
EKQ	,0000	,0000	,0000	,0000	,0000
ZSQ	,0005	,0000	,0000	,0329	-,000
CFR	-,046	,0000	,0329	109,8	-,549
ASR	,0085	,0000	-,000	-,549	,0035

333	GKR	ZAQ	ASR
GKR	,158088	-,000003	,003412
ZSQ	-,000003	,000099	,000121
ASR	,003412	,000121	,000226

241	GKR	EKQ	ASR
GKR	,338656	,003043	-,000693
EKQ	,003043	,023255	,000821
ASR	-,000693	,000821	,001229

242	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,1892	-,004	,0002	-2,40	-,002
EKQ	-,004	,0153	-,001	,1455	-,000
ZSQ	,0002	-,001	,0004	,0038	-,000
CFR	-2,40	,1455	,0038	163,8	,0204
ASR	-,002	-,000	-,000	,0204	,0022

243	GKR	EKQ	ZAQ
GKR	,044401	-,003292	-,000210
EKQ	-,003292	,003489	,000017
ZSQ	-,000210	,000017	,000653

321	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	2,213	-,116	,0020	1,304	,0307
EKQ	-,116	,2515	,0016	-2,67	-,020
ZSQ	,0020	,0016	,0013	-,048	-,001
CFR	-1,30	-2,67	-,048	37,22	,2418
ASR	,0307	-,020	-,001	,2418	,0041

322	GKR	EKQ	ZAQ	CFR
GKR	1,66430	,050311	-,00196	-1,9085
EKQ	,050311	,016185	-,00036	-,35888
ZSQ	-,00196	-,00036	,000192	,026681
CFR	-1,9085	-,35888	,026681	91,7467

323	GKR	ZAQ	ASR
GKR	2,877303	-,002046	-,002922
ZSQ	-,002046	,000238	-,000009
ASR	-,002922	-,000009	,000085

341	GKR	EKQ	ASR
GKR	,045849	,000426	-,008104
EKQ	,000426	,009114	-,003287
ASR	-,008104	-,003287	,002566

342	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,0536	-,003	-,003	1,175	-,005
EKQ	-,003	,0073	,0005	,0520	,0009
ZSQ	-,003	,0005	,0004	-,038	,0002
CFR	1,175	,0520	-,038	60,35	-,173
ASR	-,005	,0009	,0002	-,173	,0008

343	GKR	EKQ	ZAQ
GKR	,081415	-,001933	,000045
EKQ	-,001933	,001357	-,000363
ZSQ	,000045	-,000363	,000149

Abbildung XIII.1: Die empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen der Segmente 111 bis 143, 211 bis 243 und 311 bis 343

111	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,217818	0	0
ZSQ	,000962	,011617	0
CFR	-,358498	-,339120	60,8725

112	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,146120	0	0
ZSQ	,000710	,012299	0
CFR	1,27007	-,600651	6,87472

113	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,153266	0	0
ZSQ	-,000153	,011278	0
CFR	-3,901306	18,120032	78,26140

121	GKR	ZAQ
GKR	,764370	0
ZSQ	,000391	,011211

122	GKR	EKQ	ZAQ	ASR
GKR	,7642	0	0	0
EKQ	,0008	,1182	0	0
ZSQ	-,0004	,0002	,0142	0
ASR	-,0030	,0020	,0433	,0765

123	GKR	EKQ	ZAQ
GKR	,218532	0	0
EKQ	,017162	,104127	0
ZSQ	,001972	-,000579	,015359

131	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,245253	0	0
ZSQ	,001349	,009365	0
CFR	-,685713	,302168	13,8571

132	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,246148	0	0
ZSQ	,001479	,011480	0
CFR	-2,49862	1,52256	73,8955

133	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,316942	0	0
ZSQ	-,003022	,021560	0
CFR	-1,05196	-10,06784	26,6470

141	GKR	EKQ	ZAQ
GKR	,242158	0	0
EKQ	-,012733	,117280	0
ZSQ	-,000606	-,000677	,011931

142	GKR	EKQ	ZAQ	ASR
GKR	,2050	0	0	0
EKQ	-,0276	,1200	0	0
ZSQ	,0009	-,0011	,0156	0
ASR	-,0033	,0028	,0037	,0321

143	GKR	ZAQ	CFR
GKR	,196260	0	0
ZSQ	-,001818	,013257	0
CFR	24,5220	-24,5493	84,2951

211	GKR	ZAQ	ASR
GKR	,303393	0	0
ZSQ	-,003436	,029299	0
CFR	,002177	,001193	,020220

212	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,2123	0	0	0	0
EKQ	-,017	,1112	0	0	0
ZSQ	-,000	-,003	,0129	0	0
CFR	-2,48	3,845	2,526	40,51	0
ASR	,0013	-,003	,0032	-,003	,0224

213	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,1928	0	0	0	0
EKQ	-,006	,1040	0	0	0
ZSQ	,0025	,0024	,0284	0	0
CFR	-2,92	-,984	1,835	25,42	0
ASR	,0019	,0002	,0534	-,000	,0329

221	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,7313	0	0	0	0
EKQ	,0251	,1614	0	0	0
ZSQ	,0006	-,006	,0145	0	0
CFR	-1,74	,9540	,7433	10,39	0
ASR	-,010	-,001	,0172	,0061	,0570

222	GKR	EKQ	ZAQ	CFR
GKR	,653073	0	0	0
EKQ	-,00338	,142240	0	0
ZSQ	,001409	-,00441	,023466	0
CFR	-1,5421	-,28040	-,84539	10,2969

223	GKR	ZAQ	ASR
GKR	,713031	0	0
ZSQ	-,002160	,042665	0
ASR	-,019180	,004780	,037973

231	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,4583	0	0	0	0
EKQ	-,049	,1462	0	0	0
ZSQ	,0012	-,005	,0108	0	0
CFR	-1,80	2,985	-1,02	10,65	0
ASR	-,024	-,004	,0020	-,004	,0839

232	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,4707	0	0	0	0
EKQ	-,008	,0788	0	0	0
ZSQ	-,001	-,001	,0163	0	0
CFR	-1,44	-,177	-1,76	12,21	0
ASR	,0011	,0024	,0209	,0045	,0404

233	GKR	ZAQ	ASR
GKR	,156519	0	0
ZSQ	-,005395	,030662	0
ASR	-,006722	,035200	,065515

311	GKR	ZAQ	ASR
GKR	,025179	0	0
ZSQ	,000642	,007848	0
ASR	-,004046	,003446	,000000

312	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,5702	0	0	0	0
EKQ	-,117	,0791	0	0	0
ZSQ	,0096	-,007	,0054	0	0
CFR	-4,84	2,671	2,246	2,353	0
ASR	-,093	,0469	,0195	-,011	,0296

313	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,0762	0	0	0	0
EKQ	-,000	,0307	0	0	0
ZSQ	,0011	,0010	,0177	0	0
CFR	-,047	,3530	-,3461	,8058	0
ASR	,0008	,0001	,0082	,0006	,0102

331	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	-	0	0	0	0
EKQ	-	-	0	0	0
ZSQ	-	-	-	0	0
CFR	-	-	-	-	0
ASR	-	-	-	-	-

332	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,3718	0	0	0	0
EKQ	,0000	,0000	0	0	0
ZSQ	,0014	,0000	,0000	0	0
CFR	-,123	,0000	,0000	,0000	0
ASR	,0228	,0000	,0000	,0000	,0000

333	GKR	ZAQ	ASR
GKR	,397602	0	0
ZSQ	-,000008	,009939	0
ASR	,008582	,012162	,002096

241	GKR	EKQ	ASR
GKR	,581941	0	0
EKQ	,005230	,152407	0
ASR	-,001192	,005430	,034607

242	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,4349	0	0	0	0
EKQ	-,010	,1234	0	0	0
ZSQ	,0005	-,005	,0202	0	0
CFR	-5,51	,7486	,4843	11,52	0
ASR	-,005	-,002	-,004	-,000	,0460

243	GKR	EKQ	ZAQ
GKR	,210716	0	0
EKQ	-,015621	,056964	0
ZSQ	-,000999	,000016	,025529

321	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	1,488	0	0	0	0
EKQ	-,078	,4955	0	0	0
ZSQ	,0014	,0035	,0363	0	0
CFR	,8769	-5,24	-,854	2,867	0
ASR	,0206	-,036	-,023	,0044	,0423

322	GKR	EKQ	ZAQ	CFR
GKR	1,29008	0	0	0
EKQ	,038999	,121098	0	0
ZSQ	-,00152	-,00247	,013548	0
CFR	-1,4794	-2,4872	1,35018	9,03045

323	GKR	ZAQ	ASR
GKR	1,69626	0	0
ZSQ	-,001206	,015373	0
ASR	-,001722	-,000737	,009025

341	GKR	EKQ	ASR
GKR	,214142	0	0
EKQ	,001989	,095445	0
ASR	-,037845	-,033655	,000957

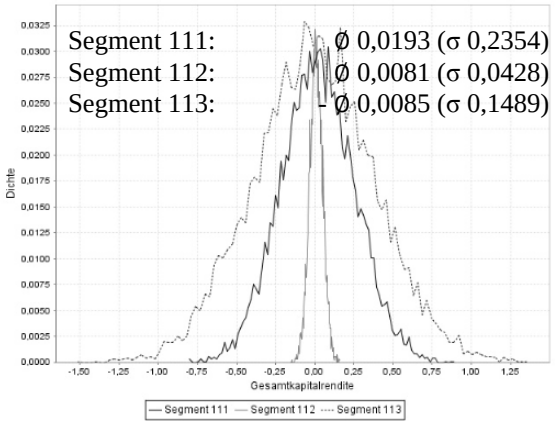
342	GKR	EKQ	ZAQ	CFR	ASR
GKR	,2315	0	0	0	0
EKQ	-,013	,0843	0	0	0
ZSQ	-,013	,0034	,0148	0	0
CFR	5,076	1,390	1,453	5,527	0
ASR	-,020	,0081	-,005	-,0138	,0107

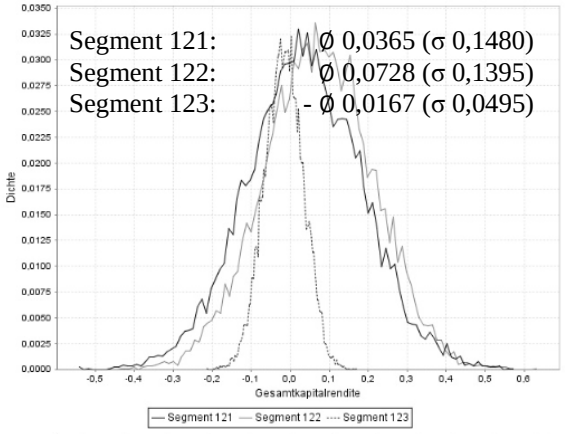
343	GKR	EKQ	ZAQ
GKR	,285332	0	0
EKQ	-,006776	,036206	0
ZSQ	,000159	-,010006	,006995

Abbildung XIII.2: Die empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen der Segmente 111 bis 143, 211 bis 243 und 311 bis 343 nach der Cholesky-Zerlegung

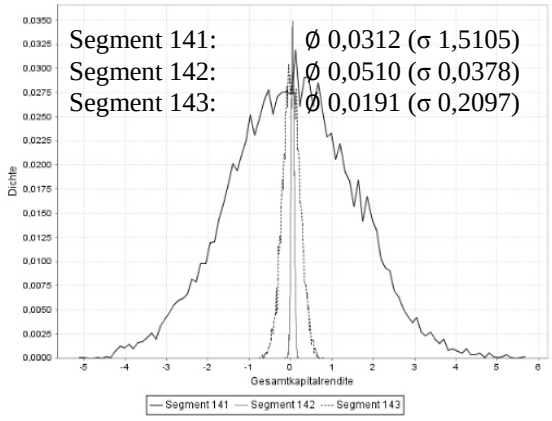
Anhang XIV: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen Gesamtkapitalrenditen auf Basis des Verfahrens der Monte-Carlo-Simulation

Segmente 1xx

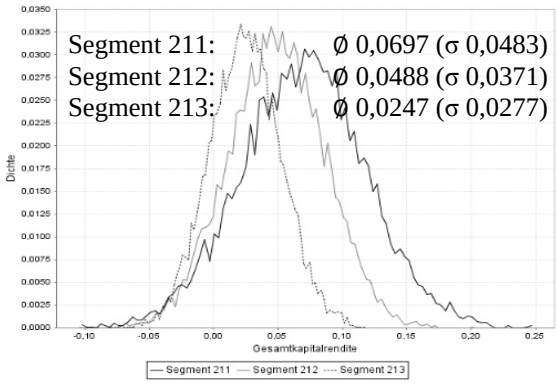




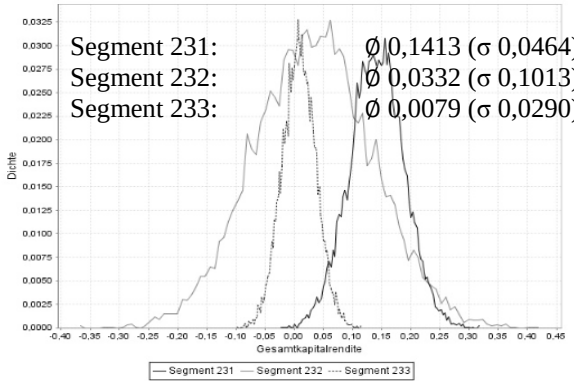
zu den Segmenten 13x s. Abbildung 5.11

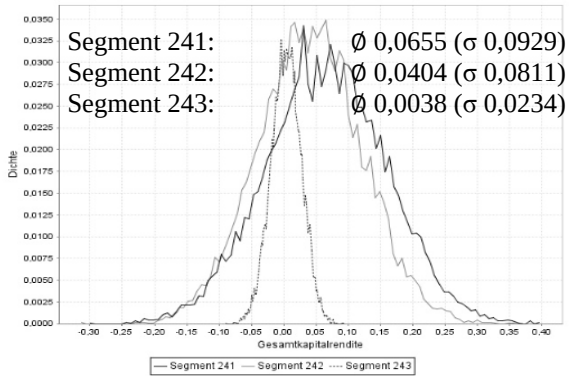


Segmente 2xx



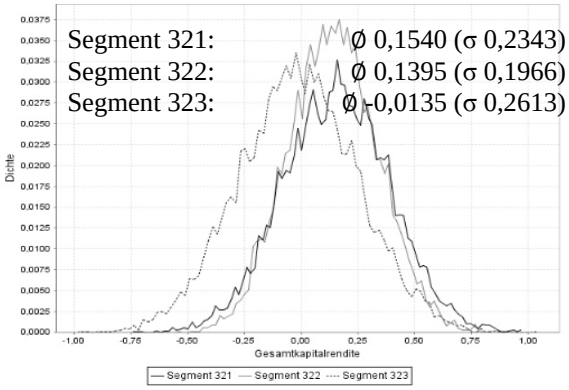
zu den Segmenten 22x s. Abbildung 5.11

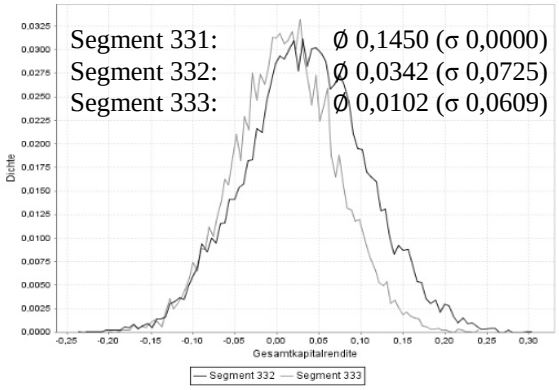




Segmente 3xx

zu den Segmenten 31x s. Abbildung 5.11





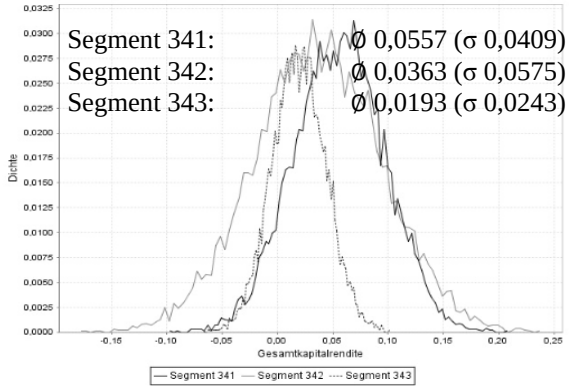
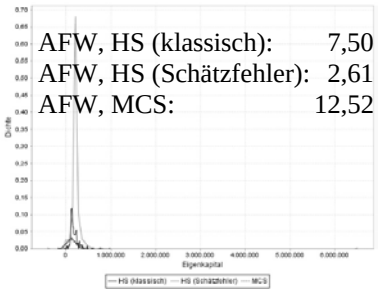


Abbildung XIV.1: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentiellen Gesamtkapitalrenditen auf Basis des Verfahrens der Monte-Carlo-Simulation

Die Nennung der segment- und verfahrensdurchschnittlichen Gesamtkapitalrenditen und deren Standardabweichung in Klammern ist in der Reihenfolge den Segmenten zuzuordnen, wie sie in der Legende angeführt werden.

Anhang XV: Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen Eigenkapitalstände (für die Beispielunternehmen)

Segment 111

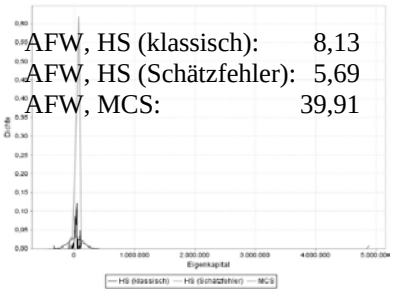


AFW, HS (klassisch): 7,50
AFW, HS (Schätzfehler): 2,61
AFW, MCS: 12,52

Segment 112

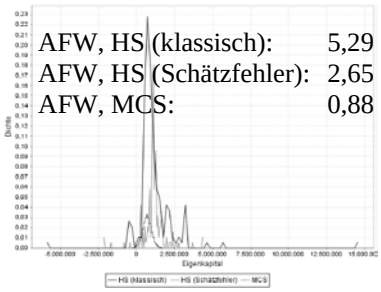
zu dem Segment 112 s. Abbildung 6.2

Segment 113



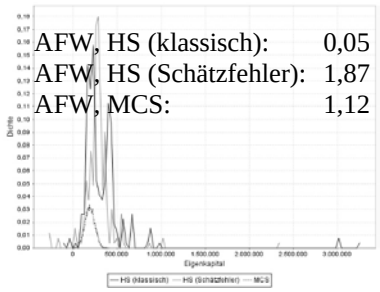
AFW, HS (klassisch): 8,13
AFW, HS (Schätzfehler): 5,69
AFW, MCS: 39,91

Segment 121



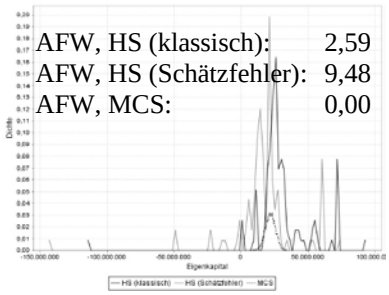
AFW, HS (klassisch): 5,29
AFW, HS (Schätzfehler): 2,65
AFW, MCS: 0,88

Segment 122



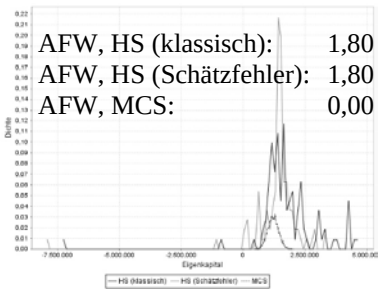
AFW, HS (klassisch): 0,05
AFW, HS (Schätzfehler): 1,87
AFW, MCS: 1,12

Segment 123



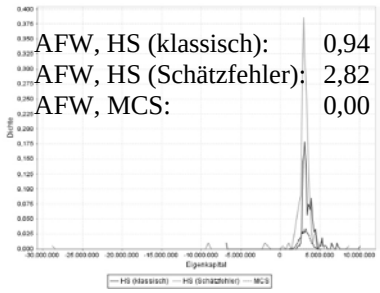
AFW, HS (klassisch): 2,59
AFW, HS (Schätzfehler): 9,48
AFW, MCS: 0,00

Segment 131



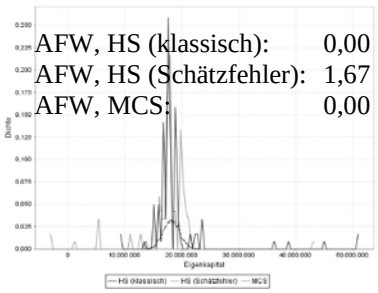
AFW, HS (klassisch): 1,80
AFW, HS (Schätzfehler): 1,80
AFW, MCS: 0,00

Segment 132



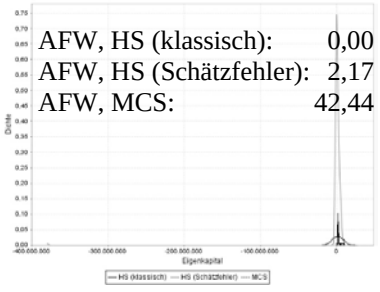
AFW, HS (klassisch): 0,94
AFW, HS (Schätzfehler): 2,82
AFW, MCS: 0,00

Segment 133



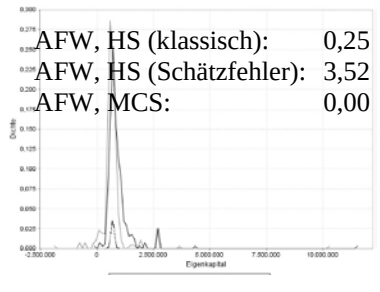
AFW, HS (klassisch): 0,00
AFW, HS (Schätzfehler): 1,67
AFW, MCS: 0,00

Segment 141



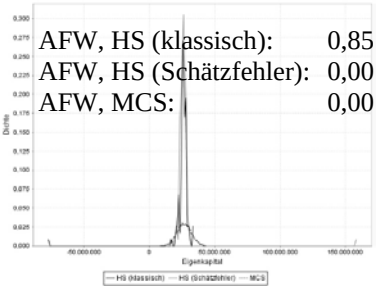
AFW, HS (klassisch): 0,00
AFW, HS (Schätzfehler): 2,17
AFW, MCS: 42,44

Segment 142



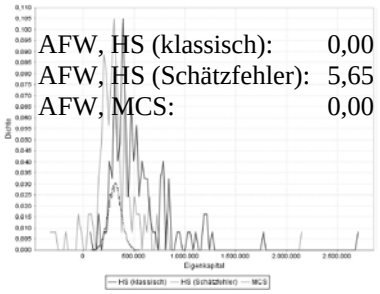
AFW, HS (klassisch): 0,25
AFW, HS (Schätzfehler): 3,52
AFW, MCS: 0,00

Segment 143



AFW, HS (klassisch): 0,85
AFW, HS (Schätzfehler): 0,00
AFW, MCS: 0,00

Segment 211

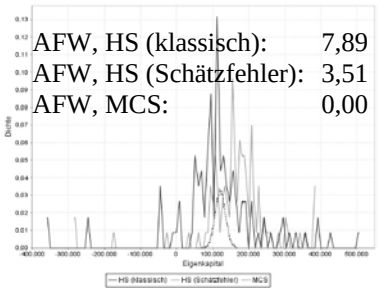


AFW, HS (klassisch): 0,00
AFW, HS (Schätzfehler): 5,65
AFW, MCS: 0,00

Segment 212

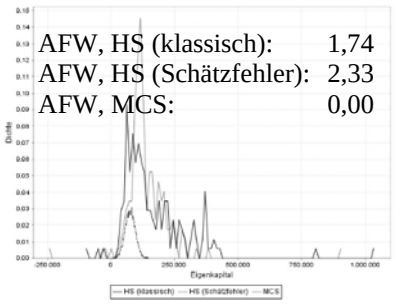
zu dem Segment 212 s. Abbildung 6.2

Segment 213



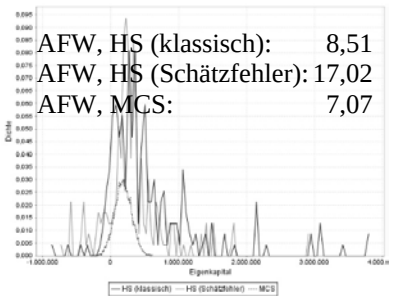
AFW, HS (klassisch): 7,89
AFW, HS (Schätzfehler): 3,51
AFW, MCS: 0,00

Segment 221



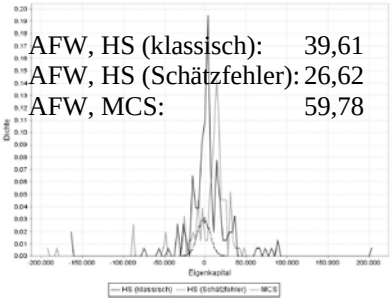
AFW, HS (klassisch): 1,74
AFW, HS (Schätzfehler): 2,33
AFW, MCS: 0,00

Segment 222



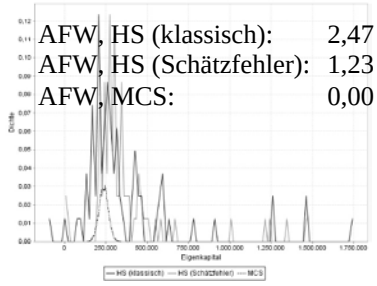
AFW, HS (klassisch): 8,51
AFW, HS (Schätzfehler): 17,02
AFW, MCS: 7,07

Segment 223



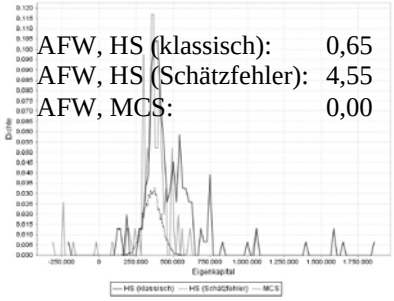
AFW, HS (klassisch): 39,61
AFW, HS (Schätzfehler): 26,62
AFW, MCS: 59,78

Segment 231



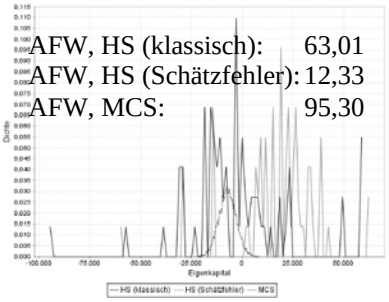
AFW, HS (klassisch): 2,47
AFW, HS (Schätzfehler): 1,23
AFW, MCS: 0,00

Segment 232



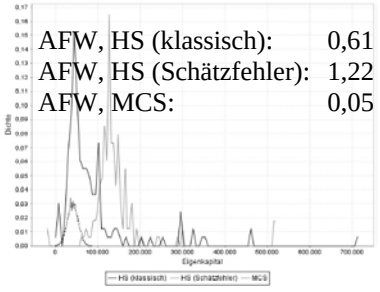
AFW, HS (klassisch): 0,65
AFW, HS (Schätzfehler): 4,55
AFW, MCS: 0,00

Segment 233



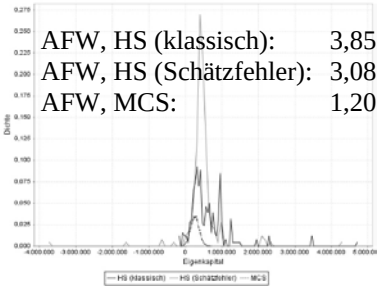
AFW, HS (klassisch): 63,01
AFW, HS (Schätzfehler): 12,33
AFW, MCS: 95,30

Segment 241



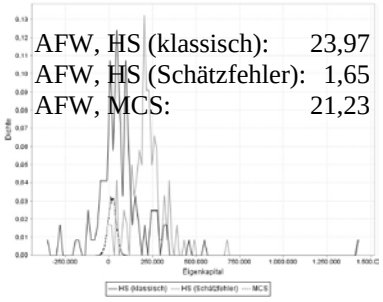
AFW, HS (klassisch): 0,61
AFW, HS (Schätzfehler): 1,22
AFW, MCS: 0,05

Segment 242



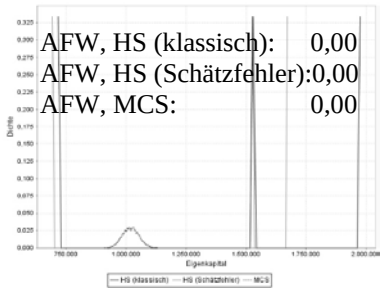
AFW, HS (klassisch): 3,85
AFW, HS (Schätzfehler): 3,08
AFW, MCS: 1,20

Segment 243



AFW, HS (klassisch): 23,97
AFW, HS (Schätzfehler): 1,65
AFW, MCS: 21,23

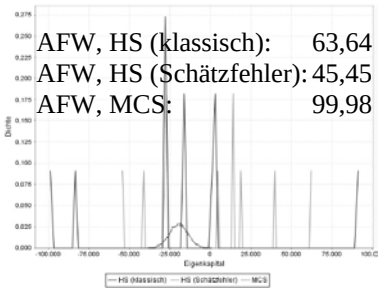
Segment 311



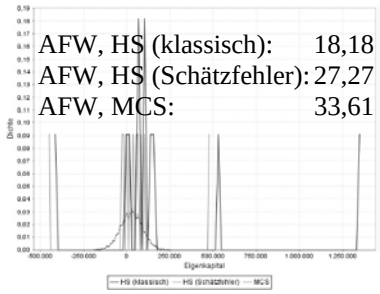
Segment 312

zu dem Segment 312 s. Abbildung 6.2

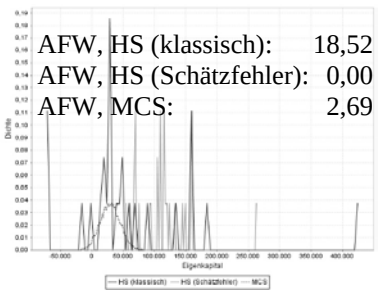
Segment 313



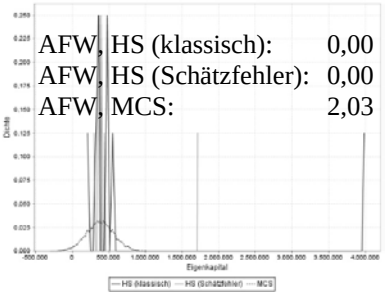
Segment 321



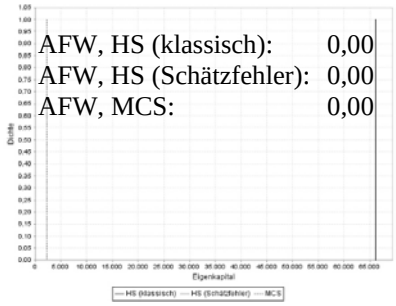
Segment 322



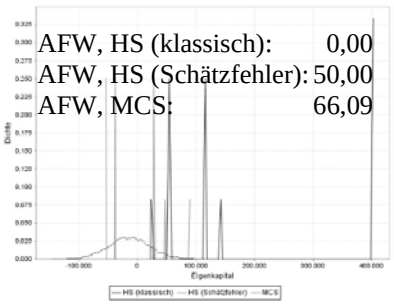
Segment 323



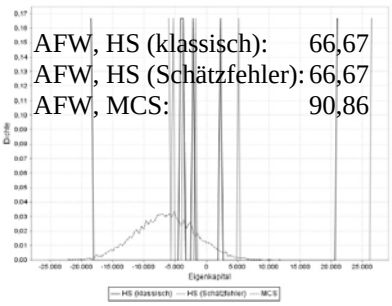
Segment 331



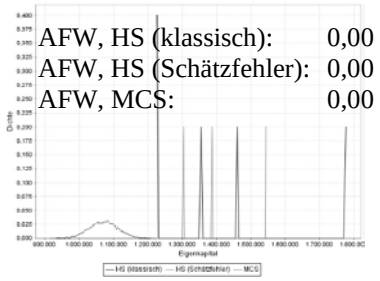
Segment 332



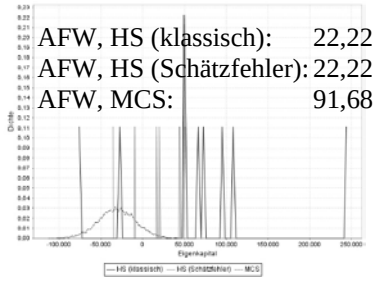
Segment 333



Segment 341



Segment 342



Segment 343

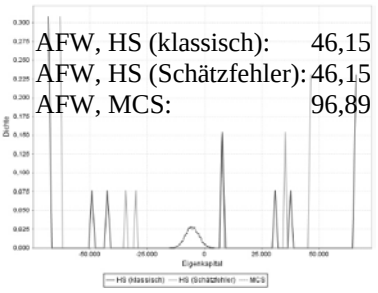


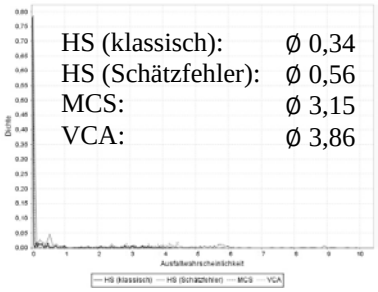
Abbildung XV.1: Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen Eigenkapitalstände (für die Beispielunternehmen)

Die Ausfallwahrscheinlichkeiten sind für die klassischen und schätzfehlerbasierten Verfahren der Historischen Simulation und der Monte-Carlo-Simulation in dieser Reihenfolge wiedergegeben.

Die Eigenkapitalstände sind in €, die Ausfallwahrscheinlichkeiten in v.H. angegeben.

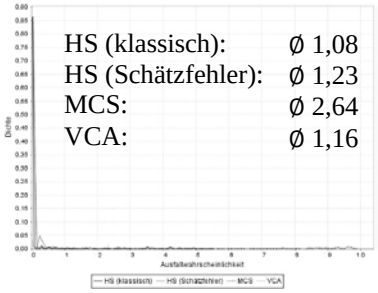
Anhang XVI: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Ausfallwahrscheinlichkeitsverteilungen

Segment 111



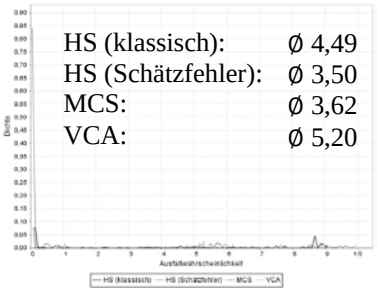
HS (klassisch):	Ø 0,34
HS (Schätzfehler):	Ø 0,56
MCS:	Ø 3,15
VCA:	Ø 3,86

Segment 112



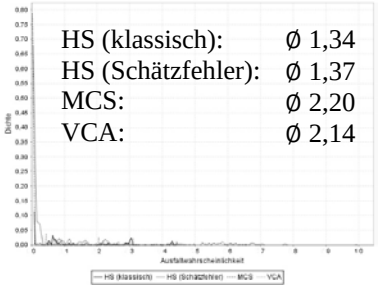
HS (klassisch):	Ø 1,08
HS (Schätzfehler):	Ø 1,23
MCS:	Ø 2,64
VCA:	Ø 1,16

Segment 113



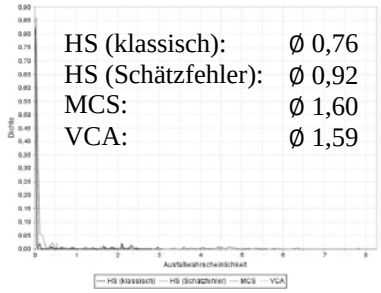
HS (klassisch):	Ø 4,49
HS (Schätzfehler):	Ø 3,50
MCS:	Ø 3,62
VCA:	Ø 5,20

Segment 121



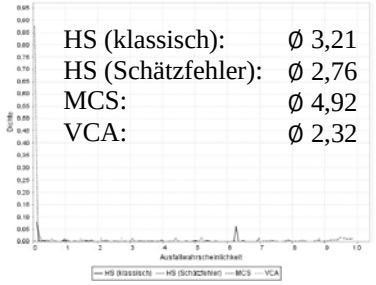
HS (klassisch):	Ø 1,34
HS (Schätzfehler):	Ø 1,37
MCS:	Ø 2,20
VCA:	Ø 2,14

Segment 122



HS (klassisch):	Ø 0,76
HS (Schätzfehler):	Ø 0,92
MCS:	Ø 1,60
VCA:	Ø 1,59

Segment 123



HS (klassisch):	Ø 3,21
HS (Schätzfehler):	Ø 2,76
MCS:	Ø 4,92
VCA:	Ø 2,32

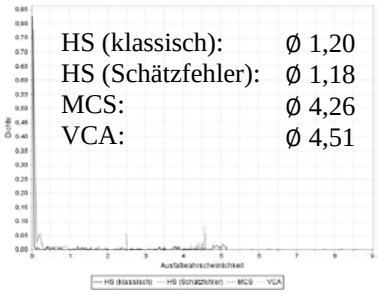
Segment 131

Segment 132

Segment 133

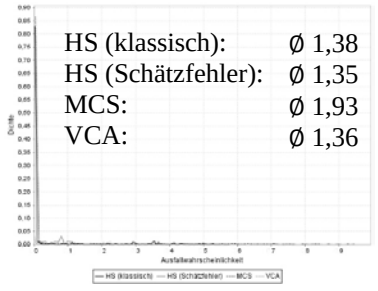
zu den Segmenten 13x s. Abbildung 6.4

Segment 141



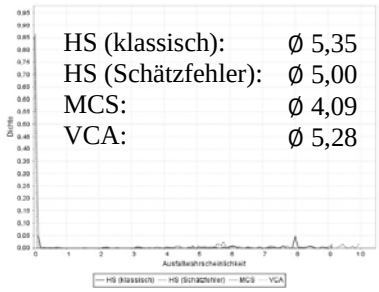
HS (klassisch):	Ø 1,20
HS (Schätzfehler):	Ø 1,18
MCS:	Ø 4,26
VCA:	Ø 4,51

Segment 142



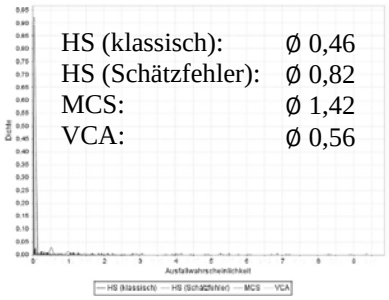
HS (klassisch):	Ø 1,38
HS (Schätzfehler):	Ø 1,35
MCS:	Ø 1,93
VCA:	Ø 1,36

Segment 143



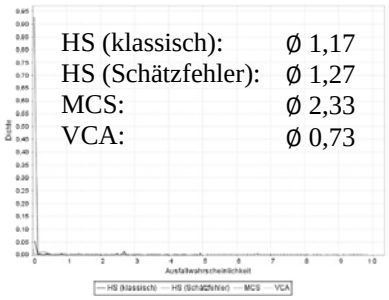
HS (klassisch):	Ø 5,35
HS (Schätzfehler):	Ø 5,00
MCS:	Ø 4,09
VCA:	Ø 5,28

Segment 211



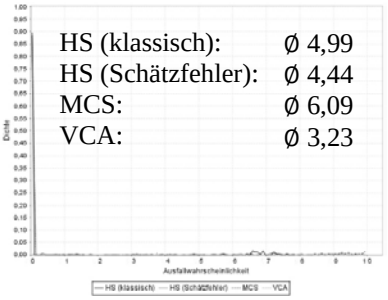
HS (klassisch):	Ø 0,46
HS (Schätzfehler):	Ø 0,82
MCS:	Ø 1,42
VCA:	Ø 0,56

Segment 212



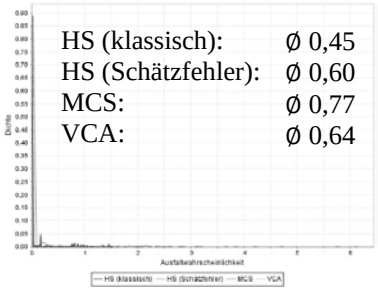
HS (klassisch):	Ø 1,17
HS (Schätzfehler):	Ø 1,27
MCS:	Ø 2,33
VCA:	Ø 0,73

Segment 213



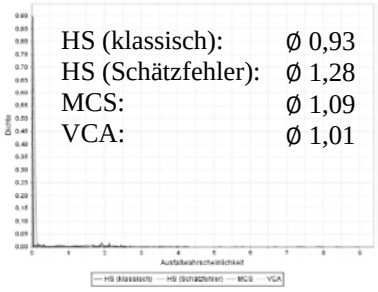
HS (klassisch):	Ø 4,99
HS (Schätzfehler):	Ø 4,44
MCS:	Ø 6,09
VCA:	Ø 3,23

Segment 221



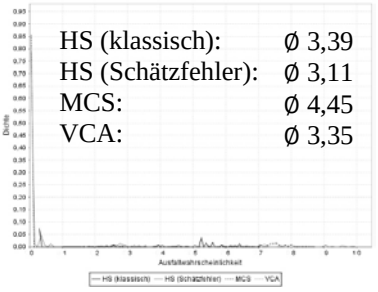
HS (klassisch):	Ø 0,45
HS (Schätzfehler):	Ø 0,60
MCS:	Ø 0,77
VCA:	Ø 0,64

Segment 222



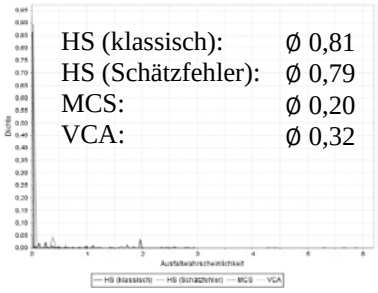
HS (klassisch):	Ø 0,93
HS (Schätzfehler):	Ø 1,28
MCS:	Ø 1,09
VCA:	Ø 1,01

Segment 223



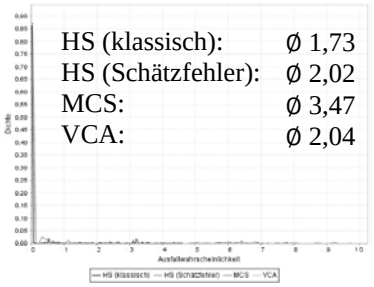
HS (klassisch):	Ø 3,39
HS (Schätzfehler):	Ø 3,11
MCS:	Ø 4,45
VCA:	Ø 3,35

Segment 231



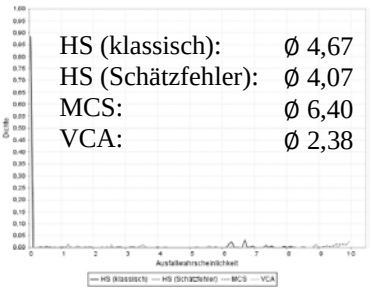
HS (klassisch):	Ø 0,81
HS (Schätzfehler):	Ø 0,79
MCS:	Ø 0,20
VCA:	Ø 0,32

Segment 232



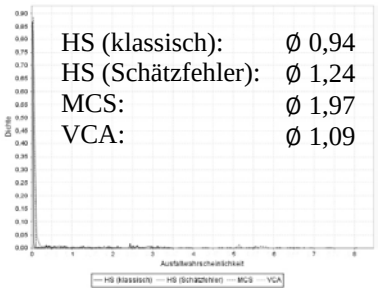
HS (klassisch):	Ø 1,73
HS (Schätzfehler):	Ø 2,02
MCS:	Ø 3,47
VCA:	Ø 2,04

Segment 233



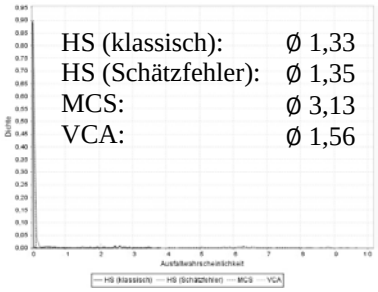
HS (klassisch):	Ø 4,67
HS (Schätzfehler):	Ø 4,07
MCS:	Ø 6,40
VCA:	Ø 2,38

Segment 241



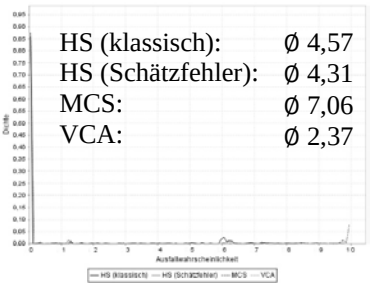
HS (klassisch):	Ø 0,94
HS (Schätzfehler):	Ø 1,24
MCS:	Ø 1,97
VCA:	Ø 1,09

Segment 242



HS (klassisch):	Ø 1,33
HS (Schätzfehler):	Ø 1,35
MCS:	Ø 3,13
VCA:	Ø 1,56

Segment 243



HS (klassisch):	Ø 4,57
HS (Schätzfehler):	Ø 4,31
MCS:	Ø 7,06
VCA:	Ø 2,37

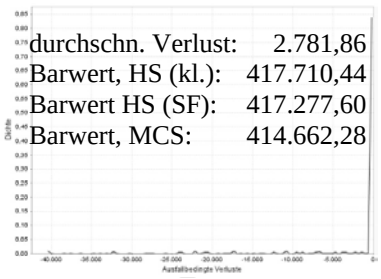
Abbildung XVI.1: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Ausfallwahrscheinlichkeitsverteilungen

Die segment- und verfahrensdurchschnittlichen Ausfallwahrscheinlichkeiten sind für die klassischen und schätzfehlerbasierten Verfahren der Historischen Simulation, der Monte-Carlo-Simulation und der Varianz-Kovarianz-Analyse in dieser Reihenfolge wiedergegeben.

Die Ausfallwahrscheinlichkeiten sind in v.H. angegeben.

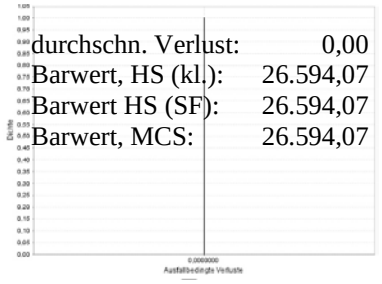
Anhang XVII: Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten Verluste (für die Beispielunternehmen)

Segment 111



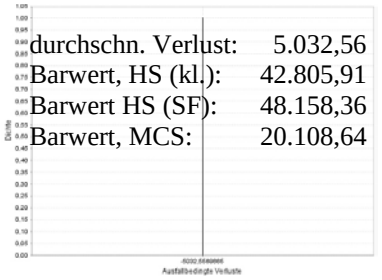
durchschn. Verlust:	2.781,86
Barwert, HS (kl.):	417.710,44
Barwert HS (SF):	417.277,60
Barwert, MCS:	414.662,28

Segment 112



durchschn. Verlust:	0,00
Barwert, HS (kl.):	26.594,07
Barwert HS (SF):	26.594,07
Barwert, MCS:	26.594,07

Segment 113



durchschn. Verlust:	5.032,56
Barwert, HS (kl.):	42.805,91
Barwert HS (SF):	48.158,36
Barwert, MCS:	20.108,64

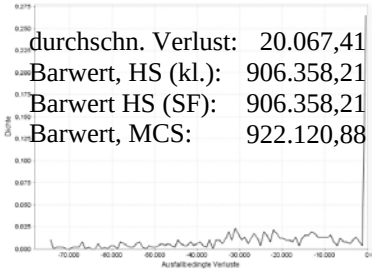
Segment 121

Segment 122

Segment 123

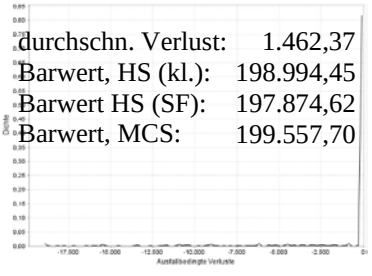
zu den Segmenten 12x s. Abbildung 6.6

Segment 131



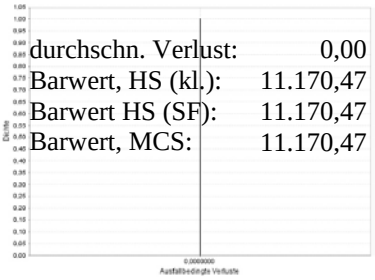
durchschn. Verlust:	20.067,41
Barwert, HS (kl.):	906.358,21
Barwert HS (SF):	906.358,21
Barwert, MCS:	922.120,88

Segment 132



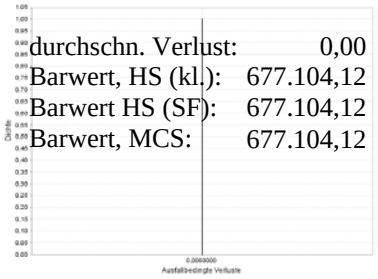
durchschn. Verlust:	1.462,37
Barwert, HS (kl.):	198.994,45
Barwert HS (SF):	197.874,62
Barwert, MCS:	199.557,70

Segment 133



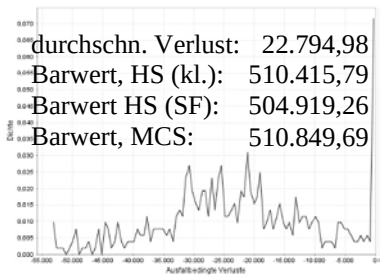
durchschn. Verlust:	0,00
Barwert, HS (kl.):	11.170,47
Barwert HS (SF):	11.170,47
Barwert, MCS:	11.170,47

Segment 141



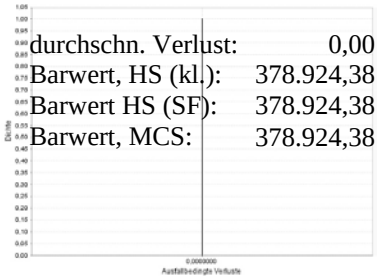
durchschn. Verlust:	0,00
Barwert, HS (kl.):	677.104,12
Barwert HS (SF):	677.104,12
Barwert, MCS:	677.104,12

Segment 142



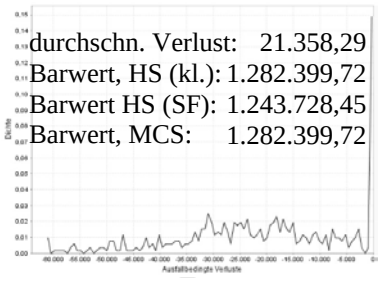
durchschn. Verlust:	22.794,98
Barwert, HS (kl.):	510.415,79
Barwert HS (SF):	504.919,26
Barwert, MCS:	510.849,69

Segment 143



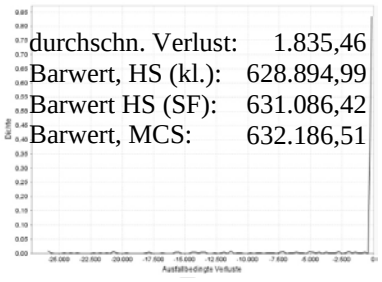
durchschn. Verlust:	0,00
Barwert, HS (kl.):	378.924,38
Barwert HS (SF):	378.924,38
Barwert, MCS:	378.924,38

Segment 211



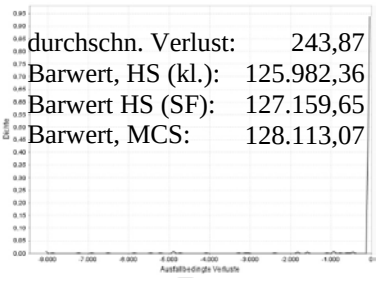
durchschn. Verlust:	21.358,29
Barwert, HS (kl.):	1.282.399,72
Barwert HS (SF):	1.243.728,45
Barwert, MCS:	1.282.399,72

Segment 212



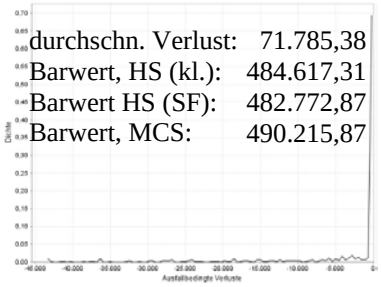
durchschn. Verlust:	1.835,46
Barwert, HS (kl.):	628.894,99
Barwert HS (SF):	631.086,42
Barwert, MCS:	632.186,51

Segment 213



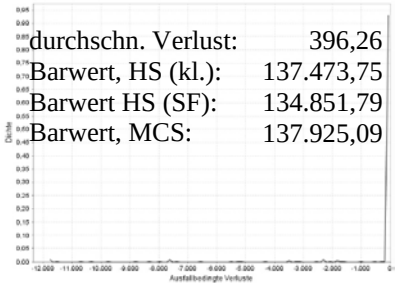
durchschn. Verlust:	243,87
Barwert, HS (kl.):	125.982,36
Barwert HS (SF):	127.159,65
Barwert, MCS:	128.113,07

Segment 221



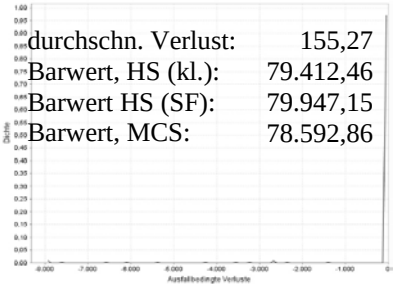
durchschn. Verlust:	71.785,38
Barwert, HS (kl.):	484.617,31
Barwert HS (SF):	482.772,87
Barwert, MCS:	490.215,87

Segment 222



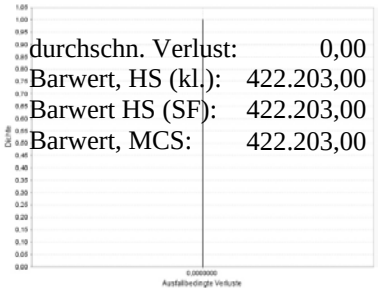
durchschn. Verlust:	396,26
Barwert, HS (kl.):	137.473,75
Barwert HS (SF):	134.851,79
Barwert, MCS:	137.925,09

Segment 223



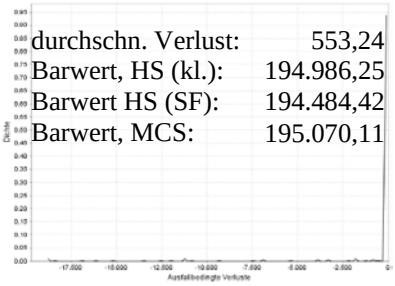
durchschn. Verlust:	155,27
Barwert, HS (kl.):	79.412,46
Barwert HS (SF):	79.947,15
Barwert, MCS:	78.592,86

Segment 231



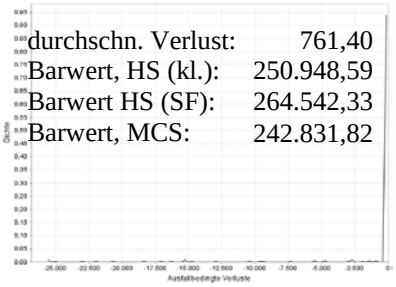
durchschn. Verlust:	0,00
Barwert, HS (kl.):	422.203,00
Barwert HS (SF):	422.203,00
Barwert, MCS:	422.203,00

Segment 232



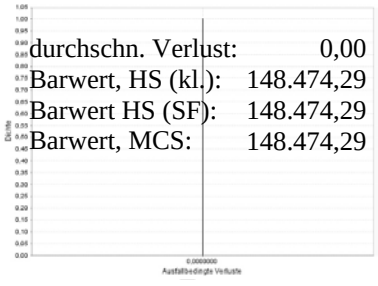
durchschn. Verlust:	553,24
Barwert, HS (kl.):	194.986,25
Barwert HS (SF):	194.484,42
Barwert, MCS:	195.070,11

Segment 233



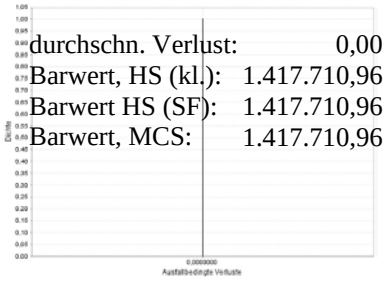
durchschn. Verlust:	761,40
Barwert, HS (kl.):	250.948,59
Barwert HS (SF):	264.542,33
Barwert, MCS:	242.831,82

Segment 241



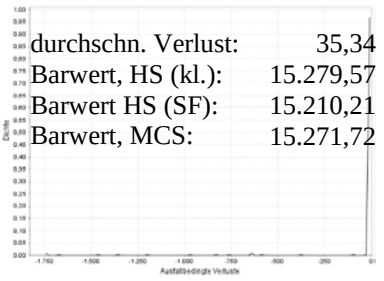
durchschn. Verlust:	0,00
Barwert, HS (kl.):	148.474,29
Barwert HS (SF):	148.474,29
Barwert, MCS:	148.474,29

Segment 242



durchschn. Verlust:	0,00
Barwert, HS (kl.):	1.417.710,96
Barwert HS (SF):	1.417.710,96
Barwert, MCS:	1.417.710,96

Segment 243



durchschn. Verlust:	35,34
Barwert, HS (kl.):	15.279,57
Barwert HS (SF):	15.210,21
Barwert, MCS:	15.271,72

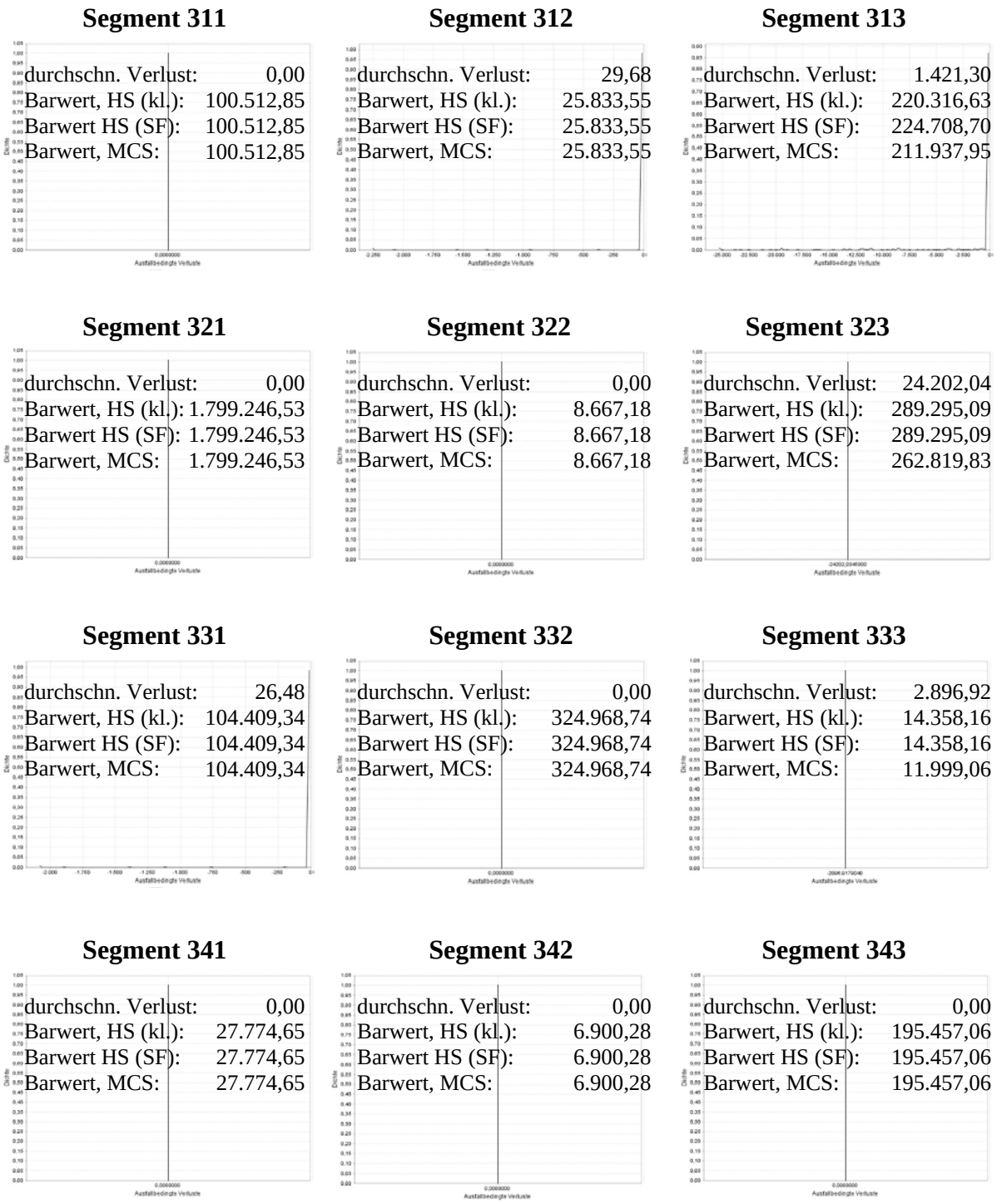


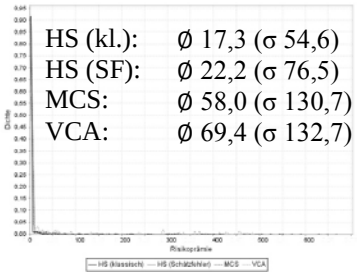
Abbildung XVII.1: Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten Verluste (für die Beispielunternehmen)

Die durchschnittlichen ausfallbedingten Verluste und die Barwerte der Forderungen nach den klassischen und schätzfehlerbasierten Verfahren der Historischen Simulation und der Monte-Carlo-Simulation werden in dieser Reihenfolge wiedergegeben.

Die ausfallbedingten Verluste, die durchschnittlichen ausfallbedingten Verluste und die Barwerte sind in € angegeben.

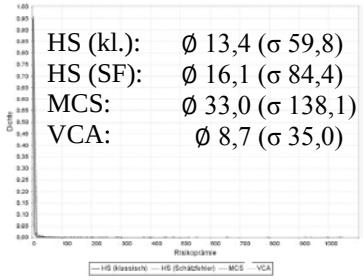
Anhang XVIII: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentielle ausfallbedingte Verluste abdeckenden Risikoprämien

Segment 111



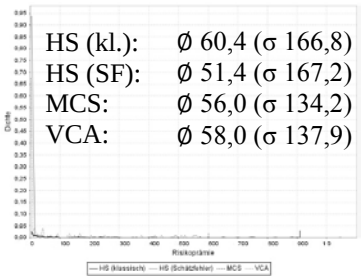
HS (kl.):	Ø 17,3 (σ 54,6)
HS (SF):	Ø 22,2 (σ 76,5)
MCS:	Ø 58,0 (σ 130,7)
VCA:	Ø 69,4 (σ 132,7)

Segment 112



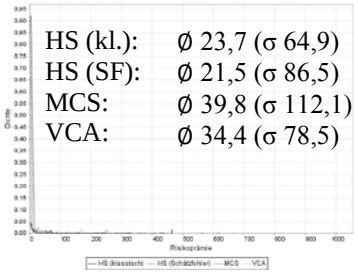
HS (kl.):	Ø 13,4 (σ 59,8)
HS (SF):	Ø 16,1 (σ 84,4)
MCS:	Ø 33,0 (σ 138,1)
VCA:	Ø 8,7 (σ 35,0)

Segment 113



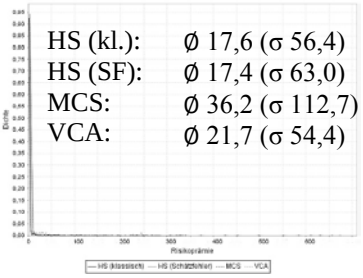
HS (kl.):	Ø 60,4 (σ 166,8)
HS (SF):	Ø 51,4 (σ 167,2)
MCS:	Ø 56,0 (σ 134,2)
VCA:	Ø 58,0 (σ 137,9)

Segment 121



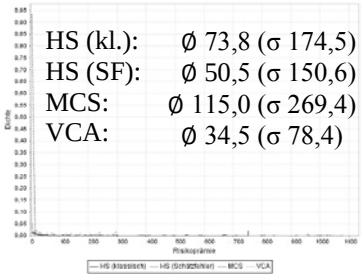
HS (kl.):	Ø 23,7 (σ 64,9)
HS (SF):	Ø 21,5 (σ 86,5)
MCS:	Ø 39,8 (σ 112,1)
VCA:	Ø 34,4 (σ 78,5)

Segment 122



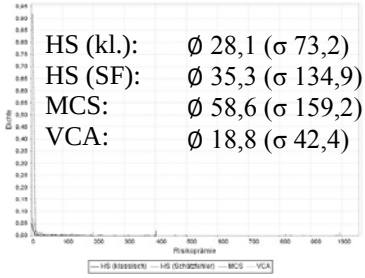
HS (kl.):	Ø 17,6 (σ 56,4)
HS (SF):	Ø 17,4 (σ 63,0)
MCS:	Ø 36,2 (σ 112,7)
VCA:	Ø 21,7 (σ 54,4)

Segment 123



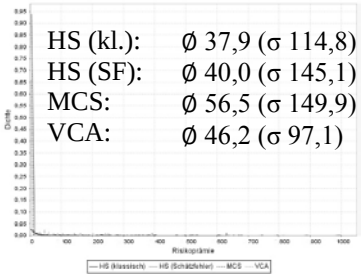
HS (kl.):	Ø 73,8 (σ 174,5)
HS (SF):	Ø 50,5 (σ 150,6)
MCS:	Ø 115,0 (σ 269,4)
VCA:	Ø 34,5 (σ 78,4)

Segment 131



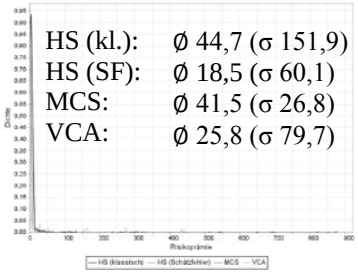
HS (kl.):	Ø 28,1 (σ 73,2)
HS (SF):	Ø 35,3 (σ 134,9)
MCS:	Ø 58,6 (σ 159,2)
VCA:	Ø 18,8 (σ 42,4)

Segment 132



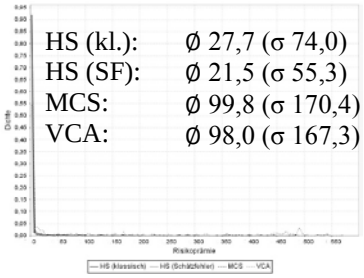
HS (kl.):	Ø 37,9 (σ 114,8)
HS (SF):	Ø 40,0 (σ 145,1)
MCS:	Ø 56,5 (σ 149,9)
VCA:	Ø 46,2 (σ 97,1)

Segment 133



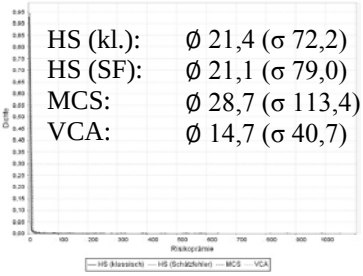
HS (kl.):	Ø 44,7 (σ 151,9)
HS (SF):	Ø 18,5 (σ 60,1)
MCS:	Ø 41,5 (σ 26,8)
VCA:	Ø 25,8 (σ 79,7)

Segment 141



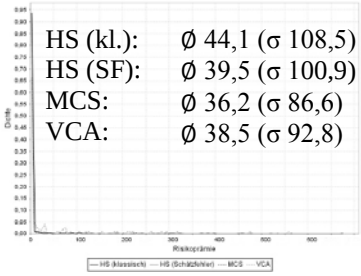
HS (kl.):	Ø 27,7 (σ 74,0)
HS (SF):	Ø 21,5 (σ 55,3)
MCS:	Ø 99,8 (σ 170,4)
VCA:	Ø 98,0 (σ 167,3)

Segment 142



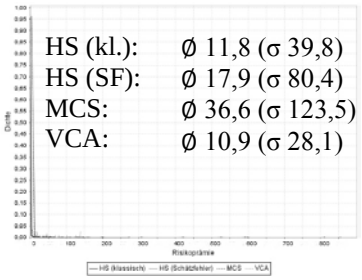
HS (kl.):	Ø 21,4 (σ 72,2)
HS (SF):	Ø 21,1 (σ 79,0)
MCS:	Ø 28,7 (σ 113,4)
VCA:	Ø 14,7 (σ 40,7)

Segment 143



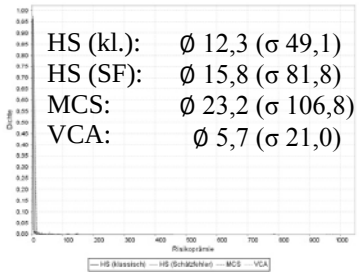
HS (kl.):	Ø 44,1 (σ 108,5)
HS (SF):	Ø 39,5 (σ 100,9)
MCS:	Ø 36,2 (σ 86,6)
VCA:	Ø 38,5 (σ 92,8)

Segment 211



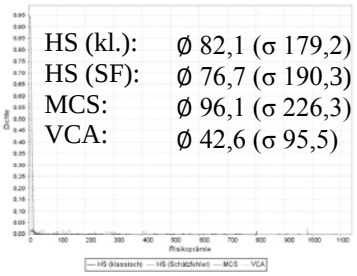
HS (kl.): Ø 11,8 (σ 39,8)
HS (SF): Ø 17,9 (σ 80,4)
MCS: Ø 36,6 (σ 123,5)
VCA: Ø 10,9 (σ 28,1)

Segment 212



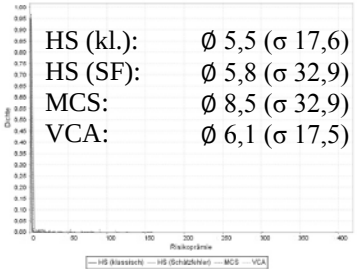
HS (kl.): Ø 12,3 (σ 49,1)
HS (SF): Ø 15,8 (σ 81,8)
MCS: Ø 23,2 (σ 106,8)
VCA: Ø 5,7 (σ 21,0)

Segment 213



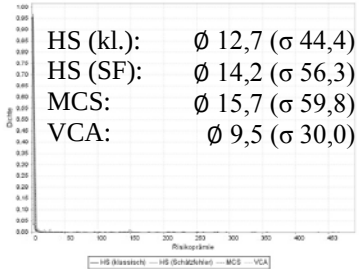
HS (kl.): Ø 82,1 (σ 179,2)
HS (SF): Ø 76,7 (σ 190,3)
MCS: Ø 96,1 (σ 226,3)
VCA: Ø 42,6 (σ 95,5)

Segment 221



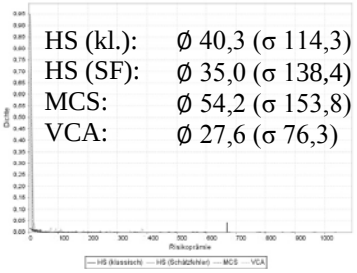
HS (kl.): Ø 5,5 (σ 17,6)
HS (SF): Ø 5,8 (σ 32,9)
MCS: Ø 8,5 (σ 32,9)
VCA: Ø 6,1 (σ 17,5)

Segment 222



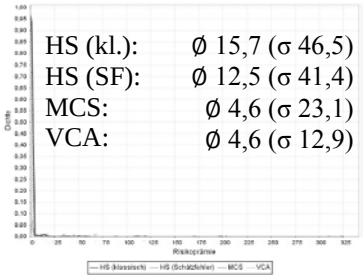
HS (kl.): Ø 12,7 (σ 44,4)
HS (SF): Ø 14,2 (σ 56,3)
MCS: Ø 15,7 (σ 59,8)
VCA: Ø 9,5 (σ 30,0)

Segment 223



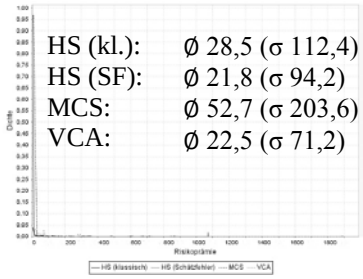
HS (kl.): Ø 40,3 (σ 114,3)
HS (SF): Ø 35,0 (σ 138,4)
MCS: Ø 54,2 (σ 153,8)
VCA: Ø 27,6 (σ 76,3)

Segment 231



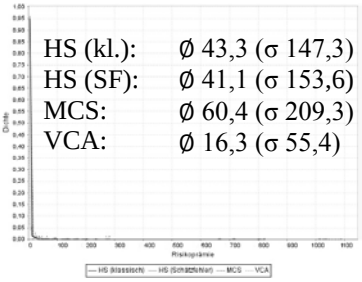
HS (kl.): Ø 15,7 (σ 46,5)
HS (SF): Ø 12,5 (σ 41,4)
MCS: Ø 4,6 (σ 23,1)
VCA: Ø 4,6 (σ 12,9)

Segment 232



HS (kl.): Ø 28,5 (σ 112,4)
HS (SF): Ø 21,8 (σ 94,2)
MCS: Ø 52,7 (σ 203,6)
VCA: Ø 22,5 (σ 71,2)

Segment 233



HS (kl.): Ø 43,3 (σ 147,3)
HS (SF): Ø 41,1 (σ 153,6)
MCS: Ø 60,4 (σ 209,3)
VCA: Ø 16,3 (σ 55,4)

Segment 241 **Segment 242** **Segment 243**

zu den Segmenten 24x s. Abbildung 6.7

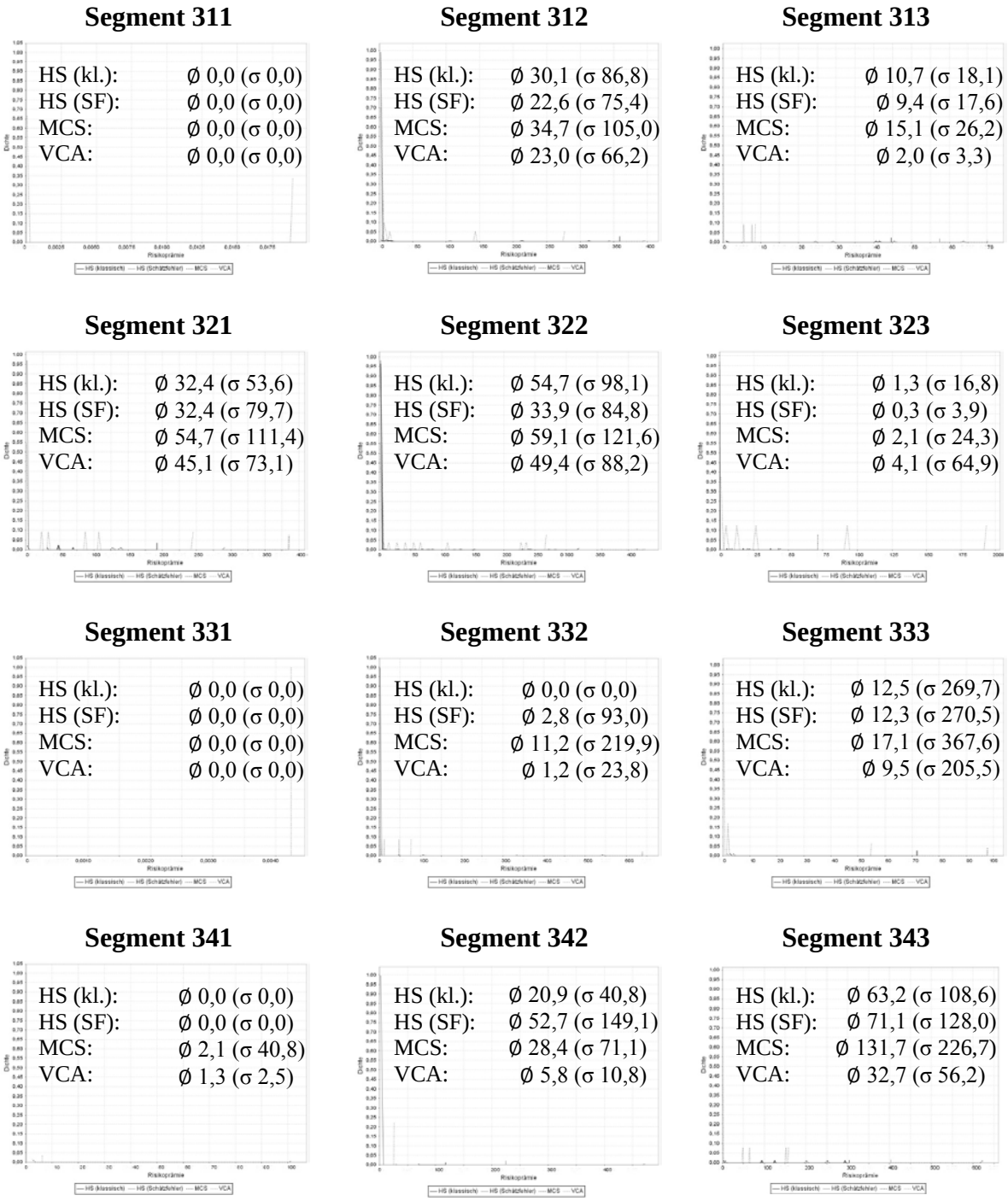


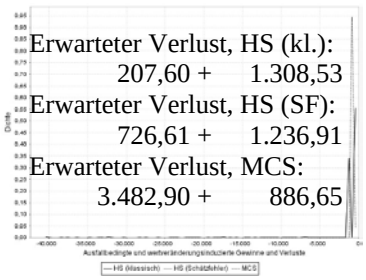
Abbildung XVIII.1: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentielle ausfallbedingte Verluste abdeckenden Risikoprämien

Die segment- und verfahrensdurchschnittlichen potentielle ausfallbedingte Verluste abdeckenden Risikoprämien und deren Standardabweichungen (in Klammern) werden für die klassischen und schätzfehlerbasierten Verfahren der Historischen Simulation, der Monte-Carlo-Simulation und der Varianz-Kovarianz-Analyse in dieser Reihenfolge wiedergegeben.

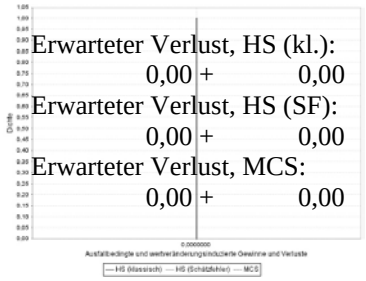
Die Risikoprämien sind in Basispunkten, d.h. in v.H. angegeben.

Anhang XIX: Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und wertveränderungsinduzierten Verluste (für die Beispielunternehmen)

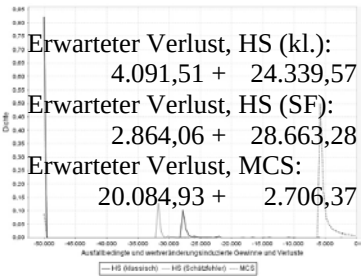
Segment 111



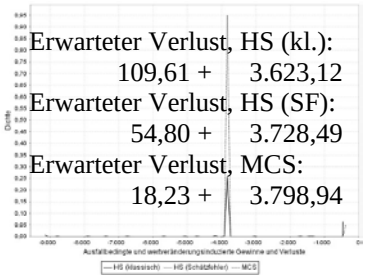
Segment 112



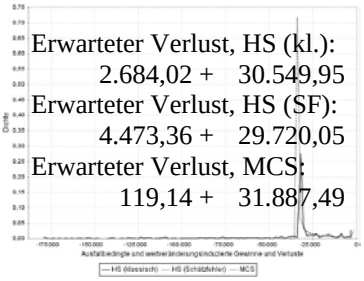
Segment 113



Segment 121



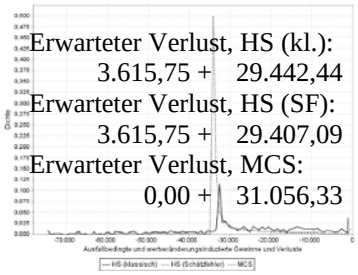
Segment 122



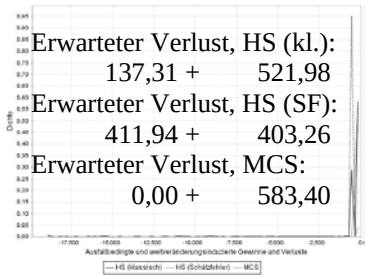
Segment 123

zu dem Segment 123 s. Abbildung 6.8

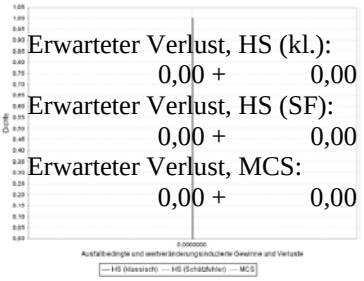
Segment 131



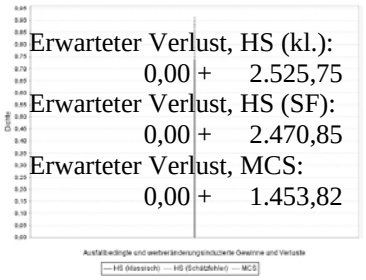
Segment 132



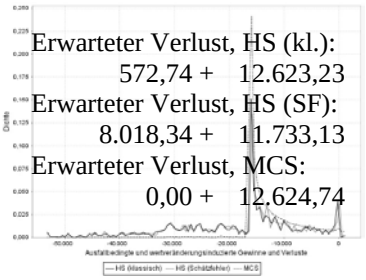
Segment 133



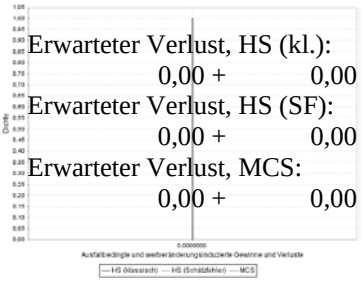
Segment 141



Segment 142



Segment 143



Segment 211	Segment 212	Segment 213
zu dem Segment 211 s. Abbildung 6.8	Erwarteter Verlust, HS (kl.): 382,39 + 2.989,01 Erwarteter Verlust, HS (SF): 127,46 + 3.249,03 Erwarteter Verlust, MCS: 0,00 + 3.381,95	Erwarteter Verlust, HS (kl.): 192,53 + 694,44 Erwarteter Verlust, HS (SF): 85,57 + 841,10 Erwarteter Verlust, MCS: 0,00 + 967,05

Segment 221	Segment 222	Segment 223
zu dem Segment 221 s. Abbildung 6.8	Erwarteter Verlust, HS (kl.): 337,24 + 169,10 Erwarteter Verlust, HS (SF): 674,49 + 0,00 Erwarteter Verlust, MCS: 280,16 + 241,72	Erwarteter Verlust, HS (kl.): 615,04 + 18,03 Erwarteter Verlust, HS (SF): 413,38 + 61,14 Erwarteter Verlust, MCS: 928,21 + 0,00

Segment 231	Segment 232	Segment 233
Erwarteter Verlust, HS (kl.): 0,00 + 1.183,87 Erwarteter Verlust, HS (SF): 0,00 + 1.198,86 Erwarteter Verlust, MCS: 0,00 + 1.213,85	Erwarteter Verlust, HS (kl.): 35,92 + 360,43 Erwarteter Verlust, HS (SF): 251,47 + 298,40 Erwarteter Verlust, MCS: 0,00 + 371,23	Erwarteter Verlust, HS (kl.): 4.797,87 + 0,00 Erwarteter Verlust, HS (SF): 938,71 + 269,50 Erwarteter Verlust, MCS: 7.256,16 + 0,00

Segment 241	Segment 242	Segment 243
Erwarteter Verlust, HS (kl.): 0,00 + 709,90 Erwarteter Verlust, HS (SF): 0,00 + 705,54 Erwarteter Verlust, MCS: 0,00 + 713,90	Erwarteter Verlust, HS (kl.): 0,00 + 3.695,45 Erwarteter Verlust, HS (SF): 0,00 + 3.725,01 Erwarteter Verlust, MCS: 0,00 + 3.797,15	Erwarteter Verlust, HS (kl.): 84,71 + 36,22 Erwarteter Verlust, HS (SF): 5,84 + 40,02 Erwarteter Verlust, MCS: 75,03 + 36,90

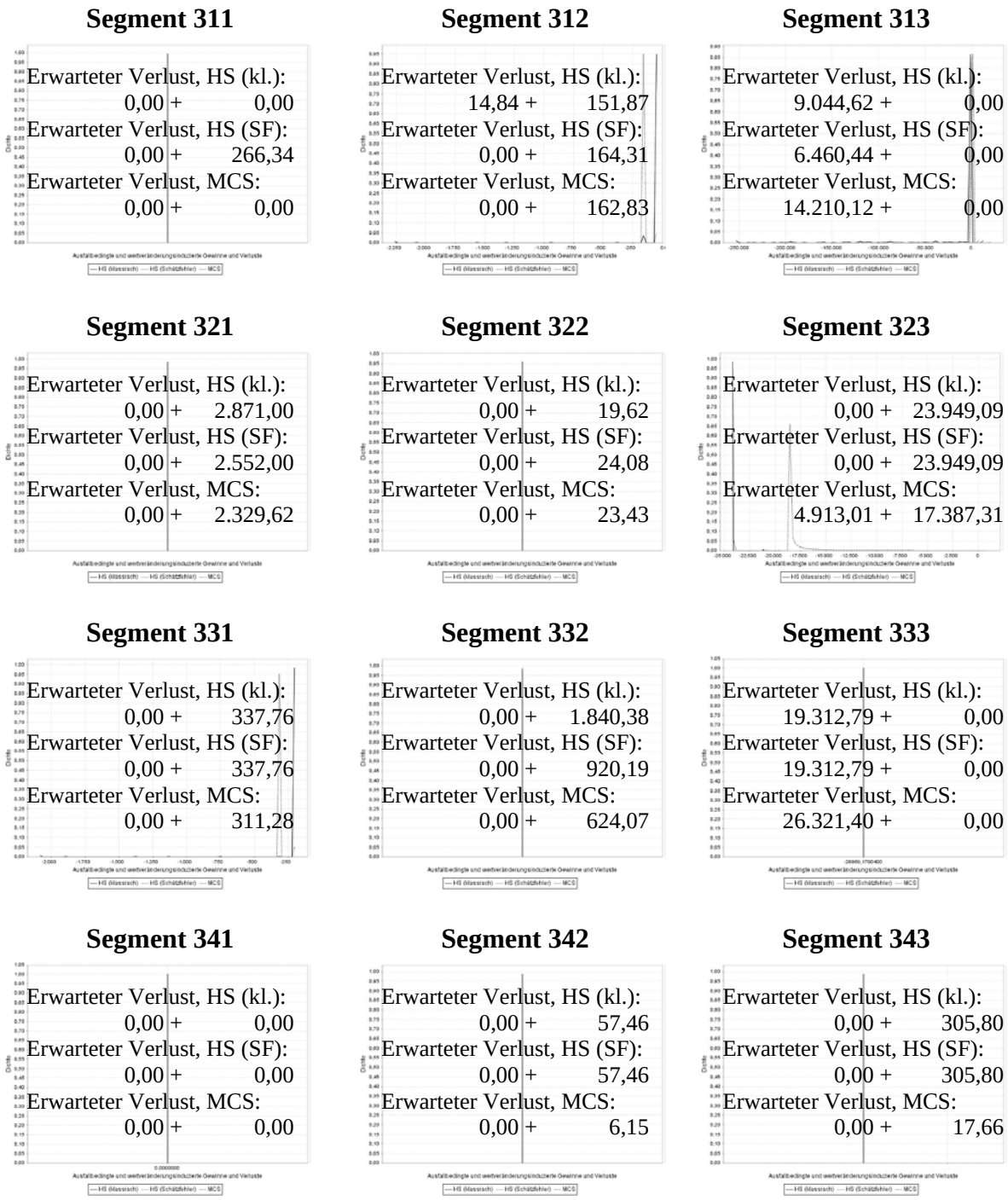


Abbildung XIX.1: Die empirischen Ergebnisse für die kreditnehmerspezifischen Verteilungen der potentiellen ausfallbedingten und wertveränderungsinduzierten Verluste (für die Beispielunternehmen)

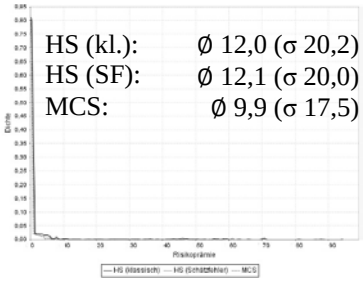
Die Verteilungsverläufe sind nur für den Verlustbereich dargestellt und dementsprechend im Nullpunkt abgeschnitten worden.

Die erwarteten ausfallbedingten Verluste (jeweils erster Summand) und die wertveränderungsinduzierten Verluste (jeweils zweiter Summand) werden für die Verfahren der Historischen Simulation und der Monte-Carlo-Simulation in dieser Reihenfolge wiedergegeben.

Die Gewinne und Verluste sind in € angegeben.

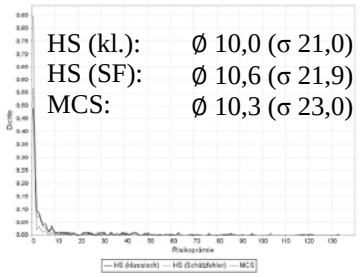
Anhang XX: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentielle wertveränderungsinduzierte Gewinne und Verluste abdeckenden Risikoprämien

Segment 111



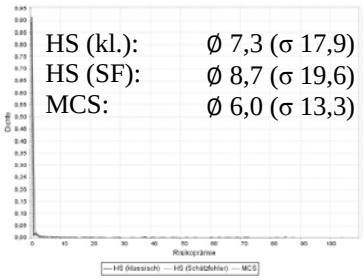
HS (kl.):	Ø 12,0 (σ 20,2)
HS (SF):	Ø 12,1 (σ 20,0)
MCS:	Ø 9,9 (σ 17,5)

Segment 112



HS (kl.):	Ø 10,0 (σ 21,0)
HS (SF):	Ø 10,6 (σ 21,9)
MCS:	Ø 10,3 (σ 23,0)

Segment 113

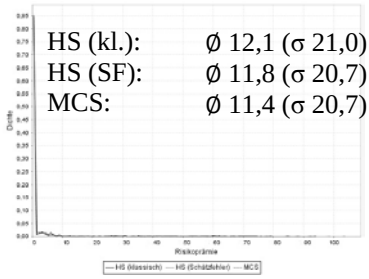


HS (kl.):	Ø 7,3 (σ 17,9)
HS (SF):	Ø 8,7 (σ 19,6)
MCS:	Ø 6,0 (σ 13,3)

Segment 121

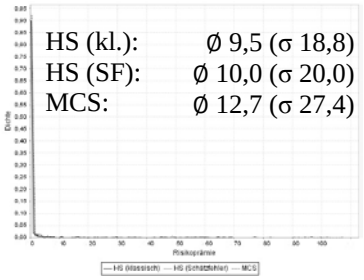
zu dem Segment 121 s. Abbildung 6.9

Segment 122



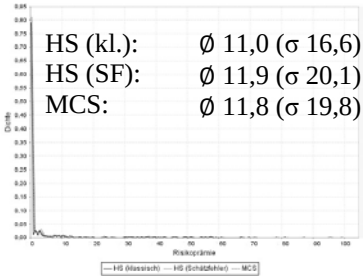
HS (kl.):	Ø 12,1 (σ 21,0)
HS (SF):	Ø 11,8 (σ 20,7)
MCS:	Ø 11,4 (σ 20,7)

Segment 123



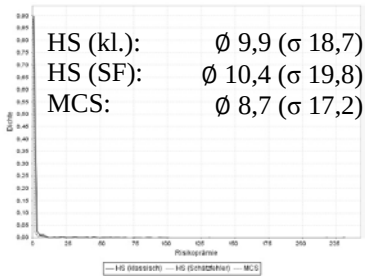
HS (kl.):	Ø 9,5 (σ 18,8)
HS (SF):	Ø 10,0 (σ 20,0)
MCS:	Ø 12,7 (σ 27,4)

Segment 131



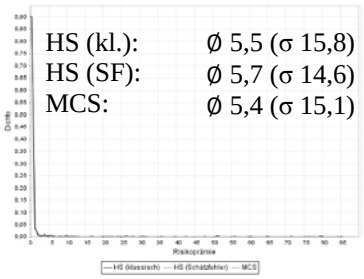
HS (kl.):	Ø 11,0 (σ 16,6)
HS (SF):	Ø 11,9 (σ 20,1)
MCS:	Ø 11,8 (σ 19,8)

Segment 132



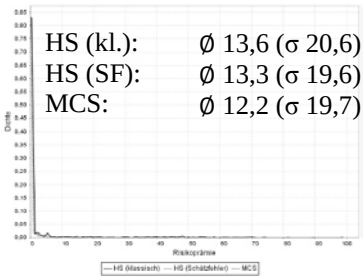
HS (kl.):	Ø 9,9 (σ 18,7)
HS (SF):	Ø 10,4 (σ 19,8)
MCS:	Ø 8,7 (σ 17,2)

Segment 133



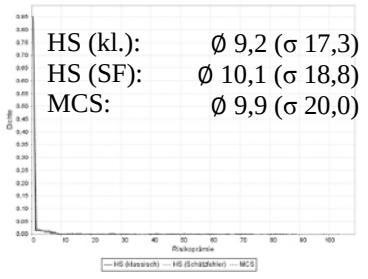
HS (kl.):	Ø 5,5 (σ 15,8)
HS (SF):	Ø 5,7 (σ 14,6)
MCS:	Ø 5,4 (σ 15,1)

Segment 141



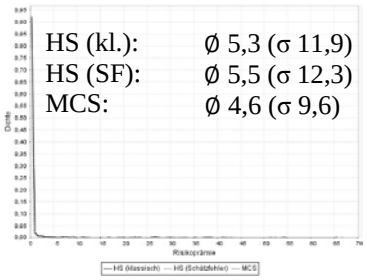
HS (kl.):	Ø 13,6 (σ 20,6)
HS (SF):	Ø 13,3 (σ 19,6)
MCS:	Ø 12,2 (σ 19,7)

Segment 142



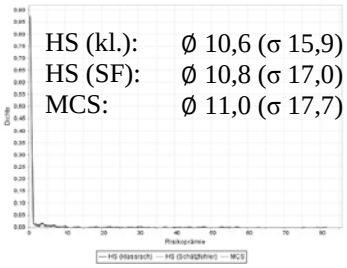
HS (kl.):	Ø 9,2 (σ 17,3)
HS (SF):	Ø 10,1 (σ 18,8)
MCS:	Ø 9,9 (σ 20,0)

Segment 143



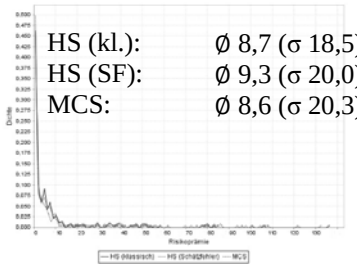
HS (kl.):	Ø 5,3 (σ 11,9)
HS (SF):	Ø 5,5 (σ 12,3)
MCS:	Ø 4,6 (σ 9,6)

Segment 211



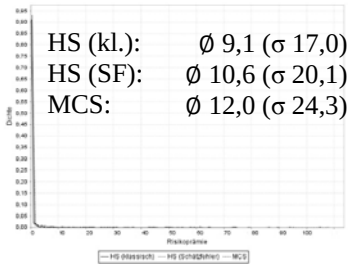
HS (kl.): Ø 10,6 (σ 15,9)
HS (SF): Ø 10,8 (σ 17,0)
MCS: Ø 11,0 (σ 17,7)

Segment 212



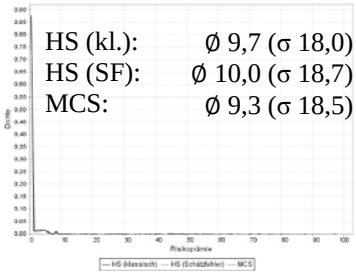
HS (kl.): Ø 8,7 (σ 18,5)
HS (SF): Ø 9,3 (σ 20,0)
MCS: Ø 8,6 (σ 20,3)

Segment 213



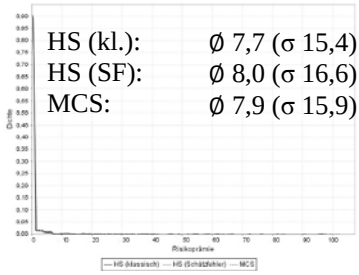
HS (kl.): Ø 9,1 (σ 17,0)
HS (SF): Ø 10,6 (σ 20,1)
MCS: Ø 12,0 (σ 24,3)

Segment 221



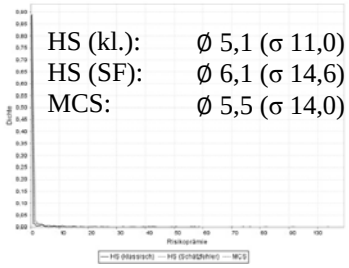
HS (kl.): Ø 9,7 (σ 18,0)
HS (SF): Ø 10,0 (σ 18,7)
MCS: Ø 9,3 (σ 18,5)

Segment 222



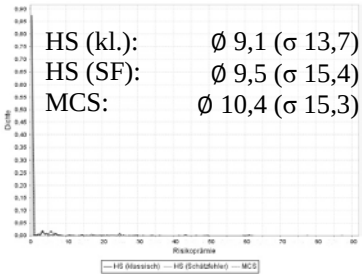
HS (kl.): Ø 7,7 (σ 15,4)
HS (SF): Ø 8,0 (σ 16,6)
MCS: Ø 7,9 (σ 15,9)

Segment 223



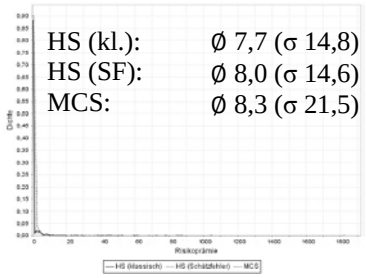
HS (kl.): Ø 5,1 (σ 11,0)
HS (SF): Ø 6,1 (σ 14,6)
MCS: Ø 5,5 (σ 14,0)

Segment 231



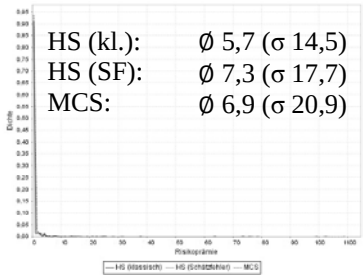
HS (kl.): Ø 9,1 (σ 13,7)
HS (SF): Ø 9,5 (σ 15,4)
MCS: Ø 10,4 (σ 15,3)

Segment 232



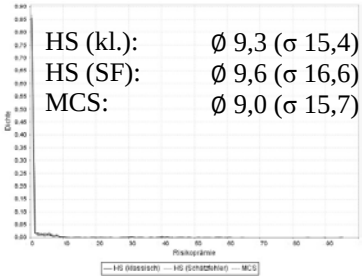
HS (kl.): Ø 7,7 (σ 14,8)
HS (SF): Ø 8,0 (σ 14,6)
MCS: Ø 8,3 (σ 21,5)

Segment 233



HS (kl.): Ø 5,7 (σ 14,5)
HS (SF): Ø 7,3 (σ 17,7)
MCS: Ø 6,9 (σ 20,9)

Segment 241

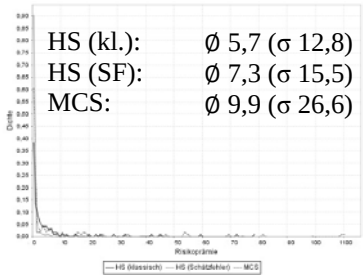


HS (kl.): Ø 9,3 (σ 15,4)
HS (SF): Ø 9,6 (σ 16,6)
MCS: Ø 9,0 (σ 15,7)

Segment 242

zu dem Segment 242 s. Abbildung 6.9

Segment 243



HS (kl.): Ø 5,7 (σ 12,8)
HS (SF): Ø 7,3 (σ 15,5)
MCS: Ø 9,9 (σ 26,6)

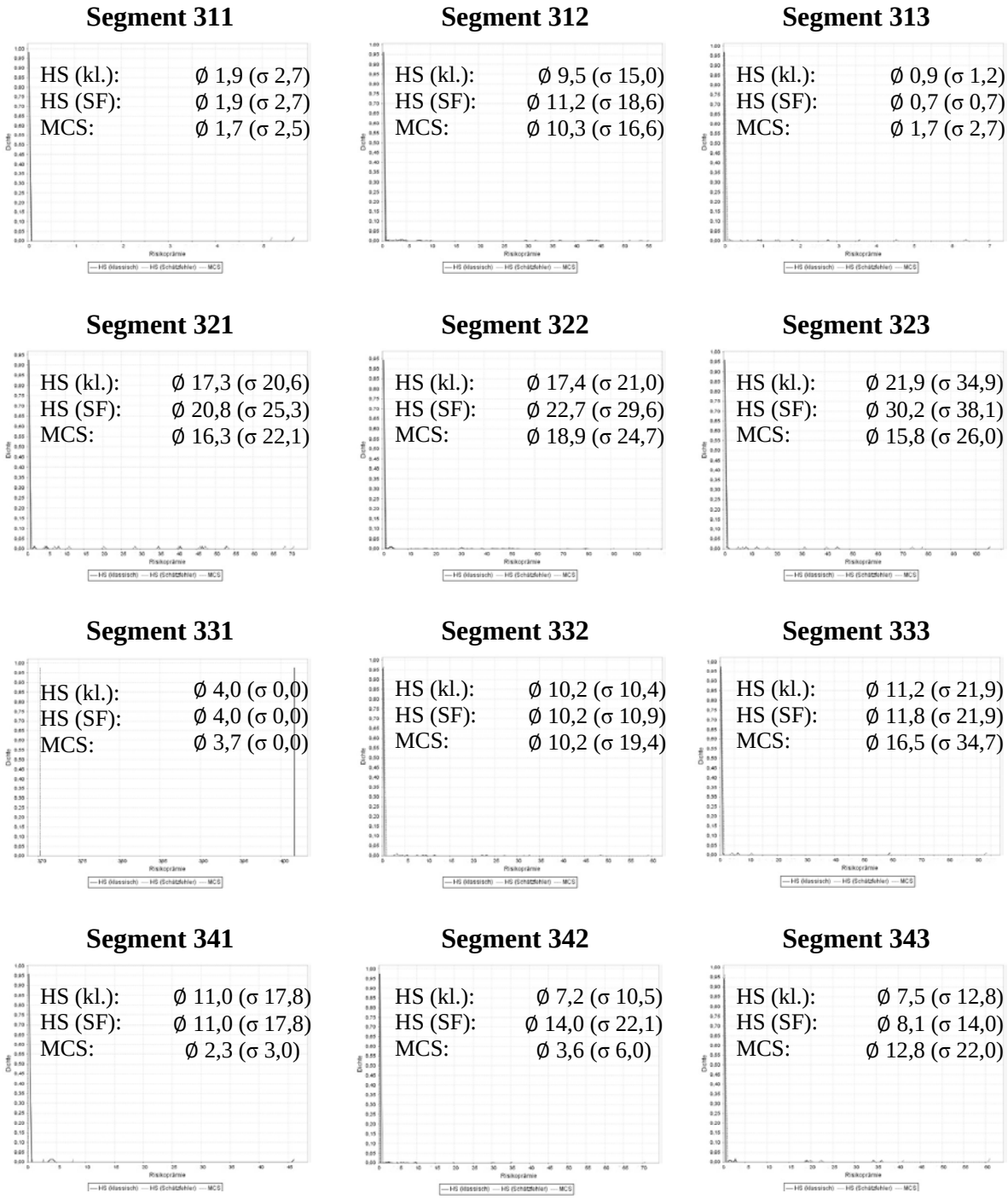


Abbildung XX.1: Die empirischen Ergebnisse für die segmentspezifischen Verteilungen der potentielle wertveränderungsinduzierte Gewinne und Verluste abdeckenden Risikoprämien

Die segment- und verfahrensdurchschnittlichen potentielle wertveränderungsinduzierte Gewinne und Verluste abdeckenden Risikoprämien und deren Standardabweichungen (in Klammern) werden für die Verfahren der Historischen Simulation und der Monte-Carlo-Simulation in dieser Reihenfolge wiedergegeben.

Die Risikoprämien sind in Basispunkten, d.h. in v.H. angegeben.